

ESCOLA DR. ALFREDO JOSÉ BALBI

UNITAU

APOSTILA

Razão, Proporção, Regra de 3, Porcentagem e Juros

PROF. CARLINHOS

NOME:

Nº:

RAZÃO, PROPORÇÃO E GRANDEZAS

Razão é o quociente entre dois números não nulos ou quociente entre duas grandezas variáveis. Exemplos:

a) Num grupo de 45 pessoas, 10 são homens. Qual a razão entre o número de moças e o total de pessoas.

$$\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$$

Resolução: $\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$ (lê-se: sete para nove)

b) Numa prova com 50 questões Luiz Felipe acertou 40. Qual a razão entre número de erros e o número de acertos ?

$$\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Resolução: $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ (lê-se: um para quatro)

c) Um terreno tem 70 m de largura e é representado num desenho por 30 cm. Qual a escala desse desenho ?

Resolução: Escala é a razão entre medida do desenho e a medida real

$$70 \text{ m} = 7000 \text{ cm} \quad \text{Escala} = \frac{30}{7000} = \frac{3}{700}$$

d) Um moto faz um percurso de 450 km em 5 horas. Qual a velocidade média dessa moto ?

Resolução: Velocidade média é razão entre o espaço percorrido e o tempo gasto

$$\frac{450}{5} = 90 \text{ km/h}$$

$$V_m = 90$$

e) Calcular a densidade demográfica de uma região de 5400 m² e população de 16200 habitantes ?

Resolução: Densidade demográfica é razão entre o número de habitantes e a área de uma região.

$$\frac{16200}{5400} = 3 \text{ hab/m}^2$$

Proporção é uma igualdade entre duas razões

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \begin{array}{l} a, b, c \text{ e } d, \text{ são os termos da proporção} \\ a \text{ e } d, \text{ são chamados de extremos} \\ b \text{ e } c, \text{ são chamados de meios} \end{array}$$

a.d = b.c → produtos dos extremos é igual ao produto dos meios (propriedade fundamental)

Ex: Calcule o valor de x na igualdade $\frac{3x-1}{4} = \frac{3}{2}$

$$\text{Resolução: } \frac{3x-1}{4} = \frac{3}{2} \rightarrow 2 \cdot (3x-1) = 4 \cdot 3 \rightarrow 6x - 2 = 12 \rightarrow 6x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{6} \rightarrow x = \frac{7}{3}$$

Grandeza é tudo que pode ser medido ou contado.

Grandezas diretamente proporcionais: Duas ou mais grandezas são diretamente proporcionais, quando aumentando ou diminuindo uma delas a outra (s) aumenta(m) ou diminui(em) na mesma proporção.Ex:

a) Quando aumentamos o lado de um retângulo seu perímetro aumenta.

b) Divida 100 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5.

Resolução:

Chamamos as partes de a, b e c, então:

$$a + b + c = 100 \rightarrow I$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \text{ (constante de proporcionalidade)} \rightarrow \text{II, ou seja:}$$

$$\frac{a}{2} = k \rightarrow a = 2k, \quad \frac{b}{3} = k \rightarrow b = 3k, \quad \frac{c}{5} = k \rightarrow c = 5k, \text{ substituindo em I, temos:}$$

$$2k + 3k + 5k = 100 \rightarrow 10k = 100 \rightarrow k = 10, \text{ logo:}$$

$$a = 2k = 2 \cdot 10 = 20, \quad b = 3k = 3 \cdot 10 = 30, \quad c = 5k = 5 \cdot 10 = 50$$

Resposta: As partes são 20, 30 e 50.

Grandezas inversamente proporcionais: Duas ou mais grandezas são inversamente proporcionais, quando aumentando ou diminuindo uma delas a outra(s) diminui(em) ou aumenta(m) na mesma proporção. Ex:

a) Numa viagem de carro quanto mais aumentamos a velocidade, menor o tempo da viagem.

b) Divida 31 em partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 5.

Resolução:

Chamamos as partes de a, b e c, então:

$$a + b + c = 31 \rightarrow \text{I}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \text{ (constante de proporcionalidade)} \rightarrow \text{II, ou seja:}$$

$$a = \frac{k}{2}, \quad b = \frac{k}{3} \text{ e } c = \frac{k}{5} \text{ substituindo em I, temos:}$$

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 31 \rightarrow \frac{15k + 10k + 6k}{30} = \frac{930}{30} \rightarrow 31k = 930 \rightarrow k = 30, \text{ logo:}$$

$$a = \frac{k}{2} = \frac{30}{2} = 15, \quad b = \frac{k}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ e } c = \frac{k}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

Resposta: As partes são 15, 10 e 6

REGRA DE TRÊS

A regra de três é método de resolução para problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais, ela pode ser:

Simples quando envolvem duas grandezas.

Composta quando envolvem mais de duas grandezas.

Para resolver uma regra de três, devemos proceder da seguinte maneira:

- 1º) Reunir numa mesma coluna as grandezas de mesma espécie e de mesma unidades;
- 2º) Verificar se as grandezas envolvidas são direta ou inversamente proporcionais;
- 3º) Montar a proporção correspondente e resolve-la. Ex:

1) Se 10 litros de gasolina custa R\$ 25,00, qual o valor de 26 litros ?

Resolução:

| | |
|--------|-------|
| litros | valor |
| 10 | 25 |
| 26 | x |

Observe que aumentando a quantidade litros aumenta o preço a pagar, logo, as grandezas são diretamente proporcionais

$$\frac{10}{26} = \frac{25}{x} \rightarrow 10 \cdot x = 26 \cdot 25 \rightarrow 10 \cdot x = 650 \rightarrow x = 65$$

Resposta: O valor de 26 litros é R\$ 65,00

2) Luiz Felipe completa um percurso em 5 horas a uma velocidade média de 50km/h. Em quanto tempo ele completará o mesmo percurso se ele passar para uma velocidade média de 80km/h ?

Resolução:

| | |
|-------|------------|
| tempo | velocidade |
| 5 | 50 |
| x | 80 |

Observe que aumentando a velocidade diminui o tempo, logo, as grandezas são inversamente proporcionais

$$\frac{x}{5} = \frac{50}{80} \rightarrow 80x = 250 \rightarrow x = 3,125 \text{ h ou } 3 \text{ h } 7 \text{ min } 30 \text{ s}$$

Resposta: Ele completará o percurso em 3 h 7 min 30 s

3) Para alimentar 12 porcos durante 20 dias são necessários 400kg de farelo. Quantos porcos podem ser alimentados com 600 kg de farelo durante 24 dias ?

Resolução:

| nº de porcos | qte de farelo | nº de dias | |
|--------------|---------------|------------|---|
| 12 | 400 | 20 | $\frac{12}{x} = \frac{400}{600} \cdot \frac{24}{20} \rightarrow \frac{12}{x} = \frac{9600}{12000} \rightarrow x = 15$ |
| x | 600 | 24 | |

Observe que o nº de porcos é diretamente proporcional a quantidade de farelo e inversamente proporcional ao número de dias.

Resposta: 15 porcos

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO DA APREDIZAGEM

1) Luiz Carlos resolveu repartir R\$ 12000,00 em partes diretamente proporcionais as idades de seus filhos Luiz Felipe (7 anos), Kauê(3 anos) e Giuliane (2 anos). Quanto cada de seus filhos recebeu ?

Resolução:

Resposta:

2) Considere uma mapa cuja a escala é de 1: 1000, qual a distancia real de um segmento cujo a medida no mapa é de 5 cm

Resolução:

Resposta:

3) Abrindo completamente 4 torneiras idênticas é possível encher um tanque com água em 72 minutos. Se abirmos 3 torneiras idênticas a essas, em quanto tempo vamos encher o tanque ?

Resolução:

Resposta:

4) O relógio de Mauricio atrasa 26 segundos a cada 48 horas. Quanto vai atrasar em 30 dias ?

Resolução:

Resposta:

5) Rosangela demora 8 dias para confeccionar 200 camisetas trabalhando 9 horas por dia. Quantas camisetas ela confeccionará em 15 dias trabalhando 12 horas por dia ?

Resolução:

Resposta:

PORCENTAGEM

Porcentagem ou percentagem é razão cujo o denominador é igual a 100 e indicamos pelo símbolo %. Vejamos as várias formas de representar uma porcentagem.

$$45\% = \frac{45}{100} = 0,45 \rightarrow \begin{cases} 45\% \rightarrow \text{forma percentual} \\ \frac{45}{100} \rightarrow \text{razão percentual} \\ 0,45 \rightarrow \text{forma decimal} \end{cases}$$

Exemplos:

1) Calcular 10% de 570.

Resolução:

$$10\% \text{ de } 570 = \frac{10}{100} \cdot 570 = \frac{5700}{100} = 57$$

Outra forma de resolver é através da regra de três simples, vejamos:

| Porcentagem | | valor | |
|-------------|---|-------|---|
| 100% | ↓ | 570 | ↓ |
| 10% | ↓ | x | ↓ |

$$100\% \cdot x = 10\% \cdot 570 \quad x = 57$$

2) O preço do litro de álcool custa R\$ 1,20 e houve um reajuste de 12 %. Quanto passou a custar o litro de álcool ?

Resolução:

$$100\% + 12\% = 112\% \text{ de } 1,20 = \frac{112}{100} \cdot 1,20 = \frac{134,4}{100} = 1,344$$

Resposta: Passou a custar R\$ 1,344

3) O preço de uma televisão é de R\$ 960,00, como pagarei a vista o dono da loja resolveu dar um desconto de 10%. Quanto pagarei pelo televisor ?

Resolução:

$$100\% - 10\% = 90\% \text{ de } 960 = \frac{90}{100} \cdot 960 = 864$$

Resposta: Pagarei R\$ 864,00

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO DA APREDIZAGEM

1) Escreva na forma de razão e na forma decimal as seguintes taxas percentuais:

a) 32% = b) 8% = c) 0,9% = d) 234% =

2) Numa cidade de 15000 habitantes existem dois tipos de jornais (A e B). 25% dos leitores lêem apenas o jornal A. Quantos pessoas lêem o jornal B.

Resolução:

Resposta:

3) A garrafa de suco do Luiz estava com 750ml de suco de laranja. Se ele bebeu 12% do suco, quantos ml restou na garrafa ?

Resolução:

Resposta:

4) Um quadro cujo o preço de custo era de R\$ 800,00, foi vendido por R\$ 980,00. De quantos por cento foi o lucro sobre o preço de custo ?

Resolução:

Resposta:

5) Uma moto foi avaliada em R\$ 4000,00 foi vendida com um desconto de 12% sobre esse preço. Qual foi o preço de venda ?

Resolução:

Resposta:

JUROS

É toda compensação que se recebe ou se paga, por uma quantia emprestada por um determinado tempo. Veremos aqui dois tipos de juros:

Simplex: É aquele em que o juro é calculado sobre o capital inicial e acrescentado ao mesmo no final da aplicação. A fórmula do juros simplex que veremos a seguir é obtida através de uma regra de três composta.

$J = c \cdot i \cdot t$, onde :

J → juros, C → capital, i → taxa de juros(em decimal) e t → tempo

A taxa de juros e o tempo devem estar na mesma unidade de tempo.

Montante é a soma do capital empregado mais juros recebido pelo mesmo.

$$M = C + J \text{ ou } M = C \cdot (1 + i \cdot t)$$

Composto: É aquele em que o juro vai se incorporando ao capital após cada período de tempo, ou seja, a taxa é aplicada sempre em relação ao montante de cada período. A fórmula do montante do juro composto é dada por:

$$M = C \cdot (1 + i)^t, \text{ logo o juro é:}$$

$$J = M - C$$

Exemplos:

1) Luiz Carlos aplicou R\$ 8.000,00 à taxa de 30 % a.a durante 4 meses.

a) Quanto receberá de juros se o regime for simples ?

Resolução: Como a taxa esta em anos e o período de tempo em meses, vamos transformar o numero de meses em anos.

$$c = 8000$$

$$i = 30\% = 0,30 \text{ a.a}$$

$$t = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ de anos}$$

$$J = 8000 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,30 = 8000 \cdot 0,10 = 800$$

Resposta: Receberá R\$ 800,00

b) Qual o montante ao fim dessa aplicação ?

Resolução:

$$M = C + J \quad M = 8000 + 800 = 8800$$

Resposta: O montante será de R\$ 8800,00

2) Paulo aplicou R\$ 4000,00 a juro composto a uma taxa de 10% a.a. Qual o montante dessa aplicação ao final de 3 anos ?

Resolução:

$$C = 4000$$

$$i = 10\% \text{ a.a} = 0,10$$

$$t = 3 \text{ anos}$$

$$M = c \cdot (1 + i)^t$$

$$M = 4000 \cdot (1 + 0,10)^3 = 4000 \cdot (1,10)^3 = 5324$$

Resposta: O montante será de R\$ 5324,00

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO DA APREDIZAGEM

1) Uma pessoa aplicou R\$ 5000,00 à taxa 3% a.m durante 6 meses. Quanto receberá de montante ao final dessa aplicação se o regime de juros foi simples ?

Resolução:

Resposta:

2) Calcule o capital que se deve empregar á taxa de 6% a.m, a juros simples, para obter R\$ 6000,00 de juro em 4 meses.

Resolução:

Resposta:

3) Determine o prazo em que quadruplica um capital aplicado à taxa de juro simples de 3% a.m.

Resolução:

Resposta:

4) Em quanto tempo um capital de R\$ 90000,00 aplicado a taxa juro simples de 10% a.a, produz um juro de R\$ 63.000,00 ?

Resolução:

Resolução:

5) Julieta aplicou R\$ 40000,00 a juro composto a uma taxa de 16% a.a. Qual o montante dessa aplicação ao final de 2 anos ?

Resolução:

Resposta:

Referências Bibliográficas

Curso de Matemática – Volume Único

Autores: Bianchini&Paccola – Ed. Moderna

Matemática Fundamental - Volume Único

Autores: Giovanni/Bonjorno&Givanni Jr. – Ed. FTD

Contexto&Aplicações – Volume Único

Autor: Luiz Roberto Dante – Ed. Ática