



**instituto integral**  
EAD

**Caderno RQ3**  
**Matemática Financeira**

**Prof. Milton Araujo**

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>CONCEITOS BÁSICOS</b>	<b>5</b>
2.1	JURO	5
2.1.1	Notação: $J$	5
2.2	CAPITAL	5
2.2.1	Notação: $C$	5
2.3	TAXA DE JUROS	5
2.3.1	Notação: $i$	5
2.4	PRAZO	5
2.4.1	Notação: $n$	5
2.5	MONTANTE	6
2.5.1	Notação: $M$	6
2.6	PRESTAÇÕES	6
2.6.1	Notação: $PMT$	6
2.7	DATAS FOCAIS	7
2.7.1	Data focal zero	7
2.7.2	Data focal $n$	7
<b>3</b>	<b>REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO</b>	<b>7</b>
3.1	JUROS SIMPLES	7
3.1.1	Fórmula do Juro Simples:	8
3.1.2	Fórmula do Montante:	12
3.1.3	Exercícios (Juros Simples)	18
3.2	JUROS COMPOSTOS	26
3.2.1	Fórmula	26
3.2.2	Logaritmos (breve revisão)	30
3.2.3	Exercícios (cálculo do prazo)	37
3.2.4	Exercícios (Juros Compostos)	41
<b>4</b>	<b>TAXAS</b>	<b>54</b>
4.1	TAXA NOMINAL	54
4.2	TAXA EFETIVA	55
4.3	TAXA REAL	55
4.4	EQUIVALÊNCIA ENTRE TAXAS EM JUROS SIMPLES	56
4.5	EQUIVALÊNCIA ENTRE TAXAS EM JUROS COMPOSTOS	57
4.6	CONVERSÃO DE TAXAS NOMINAIS PARA EFETIVAS	61
<b>5</b>	<b>DESCONTO SIMPLES</b>	<b>63</b>
5.1	DESCONTO BANCÁRIO OU COMERCIAL OU "POR FORA"	63
5.2	DESCONTO RACIONAL OU "POR DENTRO"	64
5.2.1	Exercícios (Desconto)	65
<b>6</b>	<b>CORREÇÃO MONETÁRIA E DEFLACIONAMENTO</b>	<b>68</b>
6.1	PODER AQUISITIVO DA MOEDA	68
6.2	PERDA DO PODER AQUISITIVO	69



# Caderno RQ3

6.3	TAXA REAL .....	70
6.3.1	Exercícios (Taxa real) .....	71
<b>7</b>	<b>SÉRIES DE CAPITAIS .....</b>	<b>74</b>
7.1	POSTECIPADAS.....	74
7.2	ANTECIPADAS.....	76
7.3	DIFERIDAS .....	80
7.4	PERPÉTUAS .....	80
7.5	EXERCÍCIOS (SÉRIES DE CAPITAIS) .....	82
<b>8</b>	<b>SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO .....</b>	<b>85</b>
8.1	SISTEMA FRANCÊS (PRICE) .....	85
8.2	SISTEMA DE AMORTIZAÇÕES CONSTANTES (SAC) .....	87
8.3	EXERCÍCIOS (SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO) .....	91
<b>9</b>	<b>CONCURSO BARISUL 2010 .....</b>	<b>94</b>
<b>10</b>	<b>CONCURSO CÂMARA DE PORTO ALEGRE 2011 .....</b>	<b>101</b>
<b>11</b>	<b>INSTITUTO INTEGRAL EDITORA - CATÁLOGO .....</b>	<b>105</b>

Instituto Integral Editora



## 1 Introdução

"Nunca se justifique! Os amigos não precisam; os inimigos não acreditam; os indiferentes sequer escutam."  
[Provérbio árabe]

A Matemática Financeira estuda o efeito do juro sobre o capital.

Juro, então, nada mais é do que *o valor do dinheiro ao longo do tempo*.

Este Caderno não tem a pretensão de aprofundar conceitos e trazer cálculos complicados, pois estaria fora do propósito: uma prova de concurso público ou do Teste ANPAD jamais permitirá o uso de calculadoras eletrônicas, e sabemos que não se pode trabalhar em Matemática Financeira ou em Estatística sem a companhia de uma boa calculadora!

O que fazer, então? Manter a tranquilidade... Este problema não é nosso, e sim dos examinadores, que estarão com esta limitação para propor questões que possam ser resolvidas rapidamente, usando apenas o cérebro e uma caneta.

Este Caderno aborda apenas questões de concursos públicos e do Teste ANPAD, e mostrará ao leitor como se resolve rapidamente uma questão, apenas com o uso de tabelas financeiras e poucos cálculos. Afinal, é assim que deve ser uma questão de concurso!

Para quem quiser se aprofundar no assunto, ou estudar para provas da faculdade, sugiro utilizar o excelente livro do Prof. Wili Dal Zot - Matemática Financeira - Editora UFRGS. O livro é extremamente didático. Tanto que o adotei como livro-texto, quando ministrava esta cadeira nas faculdades em que atuei.

Espero que o leitor possa tirar proveito do conteúdo deste Caderno, alcançado a almejada e merecida aprovação no seu concurso, e me envie uma mensagem contando do seu triunfo, como aconteceu no concurso do Bannisul em 2010, quando recebi centenas de e-mails de ex-alunos informando que conseguiram *gabaritar* a prova...

Abraços e Sucesso!  
Prof. Milton Araújo.



**Atenção!** Nosso material didático passa por constantes revisões e atualizações, seja para corrigir erros, seja para melhorar as explicações em alguns tópicos. Isto é feito com base nas centenas de dúvidas e sugestões que recebemos mensalmente.

*Mantenha seu material didático sempre atualizado!*

Consulte periodicamente nossa pasta pública, na qual todo o nosso material didático é mantido: <http://www.facebook.com/groups/souintegral/files>.

Cadastre-se também aqui <http://integral.klicksite.com.br/anpad-poa-rs/> ou aqui <http://mga960.klicksite.com.br/pre-anpad-poa-rs/> e receba, via e-mail, informações e atualizações em primeira mão.

Por gentileza, repasse esse material para seus melhores amigos. Obrigado!

Participe do nosso projeto: <http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>

Instituto Integral Editora



## 2 Conceitos Básicos

### 2.1 Juro

Como já foi dito na introdução, *Juro* é o valor do dinheiro ao longo do tempo. Segundo o Prof. Wili Dal Zot, não existe *empréstimo* de dinheiro quando há cobrança de juros. Na verdade, nessa circunstância, o dinheiro é *alugado*!

#### 2.1.1 Notação: $J$

### 2.2 Capital

É o valor do empréstimo, sobre o qual incidirão os juros (de forma simples ou composta).

#### 2.2.1 Notação: $C$

Outros autores chamam o Capital ( $C$ ) de Principal ( $P$ ), Capital Inicial ( $C_0$ ), Valor Atual ( $A$ ), Valor Presente ( $PV$ )<sup>1</sup>

### 2.3 Taxa de juros

A taxa de juros mede o preço do empréstimo do capital. Em outras palavras, a taxa mede o juro por unidade de tempo.

#### 2.3.1 Notação: $i$

### 2.4 Prazo

É o tempo de duração do empréstimo.

#### 2.4.1 Notação: $n$

---

<sup>1</sup>  $PV$  é a notação para *Present Value*



Alguns autores também chamam o prazo de *tempo* e utilizam a notação  $t$ .

**Observação:**

**Em qualquer regime de capitalização (simples ou composto), a taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**

O que significa a observação acima?

Significa dizer que, se a taxa estiver ao ano, o prazo também deverá estar em anos; se o prazo estiver em bimestres, a taxa deverá estar ao bimestre; se a taxa estiver ao dia, o prazo deverá estar em dias; e assim por diante...

## 2.5 Montante

É o capital acrescido dos juros.

### 2.5.1 Notação: $M$

Também se utilizam as denominações: Soma ( $S$ ), Capital Final ( $C_n$ ), Valor Futuro ( $FV$ )<sup>2</sup>

## 2.6 Prestações

Quando o pagamento de um empréstimo é feito de forma parcelada, a operação se dá por meio de prestações.

### 2.6.1 Notação: $PMT$

Também são usadas as denominações: Termo ( $T$ ) ou Renda ( $R$ )

---

<sup>2</sup>  $FV$  é a notação para *Future Value*



## 2.7 Datas focais

Em Matemática Financeira, tudo acontece entre duas datas, chamadas de *datas focais*, que ficam em um eixo horizontal, chamado de *referencial* ou *linha do tempo*.



### 2.7.1 Data focal zero

É a data em que a operação se inicia. Na *data focal zero* será colocado o capital ( $C$ ), ou o valor atual ( $A$ ), ou o saldo a ser financiado.

### 2.7.2 Data focal $n$

É a data em que a operação termina. Na *data focal  $n$*  está o valor do capital acrescido dos juros correspondentes ao intervalo de tempo decorrido entre as datas focais 0 e  $n$ .

## 3 Regimes de Capitalização

Capitalização é o ato de acrescentar os juros ao capital. Os regimes de capitalização se classificam em *Simple*s ou *Compostos*.

### 3.1 Juros Simples

Também denominados de juros *lineares*, *ordinários* ou *proporcionais*.

**No regime de juros simples, a parcela de juros sempre é calculada sobre o capital inicial. Em outras palavras: no regime de Juro Simple**s, somente o capital pode gerar juros.



**3.1.1 Fórmula do Juro Simples:**

$$J = C \cdot i \cdot n \quad (1)$$

Onde

$J$  é o valor do juro;

$C$  é o capital;

$i$  é a taxa de juros; e

$n$  é o prazo da operação.

**Exemplos:****1. Calculando os Juros ( $J$ ):**

O capital de R\$ 2.000,00 esteve aplicado durante 9 meses, à taxa de juros simples de 5% ao mês. Calcule o juro.

**Solução:**

(1) Dados:

$$C = 2000$$

$$n = 9 \text{ meses}$$

$$i = 5\% \text{ ao mês } (0,05)$$

$$J = ?$$

(2) Conversão de dados:

Como a taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) já estão na mesma referência de tempo, não há dados a serem convertidos. Nas fórmulas, a taxa deve ser colocada em sua **forma unitária**.

**Lembre-se de que: A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**

(3) Fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot n$$



(4) Cálculos:

$$J = 2000 \cdot 0,05 \cdot 9 = 900$$

(5) Resposta:

$$J = R\$ 900,00$$

## 2. Calculando o Capital (C):

Calcule o capital necessário para que uma aplicação financeira a juros simples produza rendimentos iguais a R\$ 900,00, à taxa de 0,5% ao mês, durante 2 anos e meio.

### Solução:

(1) Dados:

$$J = 900$$

$$i = 0,5\% \text{ ao mês}$$

$$n = 2,5 \text{ anos}$$

$$C = ?$$

(2) Conversão de dados:

A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) não estão na mesma referência de tempo:

$$i = 0,5\% \text{ ao mês} \Rightarrow 0,005 \text{ (forma unitária)}$$

$$n = 2,5 \text{ anos} \Rightarrow 30 \text{ meses}$$

**Lembre-se de que: A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**

(3) Fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Como queremos calcular o Capital, faremos uma modificação algébrica na fórmula acima, para isolar a incógnita da questão ( $C$ ):



$$C = \frac{J}{i \cdot n}$$

(4) Cálculos:

$$C = \frac{900}{0,005 \cdot 30} = 6000$$

**Dica:** para efetuar divisão quando há números que contêm vírgulas, iguale as casas após a vírgula (no numerador e no denominador). A seguir, elimine as vírgulas e efetue as operações.

$$C = \frac{900,000}{0,005 \cdot 30} = \frac{900000}{5 \cdot 30} = \frac{30000}{5} = 6000$$

(5) Resposta:

$$C = R\$ 6.000,00$$

### 3. Calculando o prazo ( $n$ ):

Um capital de R\$ 7.000,00 foi emprestado à taxa de 12% ao ano. Sabendo-se que o mutuário pagou R\$ 2.520,00 de juros, qual foi o prazo durante o qual o capital esteve emprestado?

**Solução:**

(1) Dados:

$$C = 7000$$

$$J = 2520$$

$$i = 12\% \text{ ao ano } (0,12)$$

$$n = ?$$

(2) Fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot n$$



Como queremos calcular o prazo da operação, faremos uma modificação algébrica na fórmula acima, para isolar a incógnita da questão ( $n$ ):

$$n = \frac{J}{C \cdot i}$$

(3) Cálculos:

$$n = \frac{2520}{7000 \cdot 0,12} = 3$$

(4) Resposta:

$$n = 3 \text{ anos.}$$

#### 4. Calculando a taxa ( $i$ ):

O capital de R\$ 5.000,00 rendeu R\$ 1.000,00 após 5 meses. Calcule a taxa de juros simples da operação.

**Solução:**

(1) Dados:

$$C = 5000$$

$$J = 1000$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

(2) Fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Como queremos calcular a taxa, faremos modificações algébricas na fórmula acima, para isolar a incógnita da questão ( $i$ ):

$$i = \frac{J}{C \cdot n}$$



(3) Cálculos:

$$i = \frac{1000}{5000 \cdot 5} = 0,04 = 4\%$$

Lembre-se de que a taxa é colocada numa fórmula sob a forma unitária. Quando ela é calculada, sairá na forma unitária e deverá ser multiplicada por 100 para retornar à forma percentual.

Dica: utilize a fórmula acima do modo indicado abaixo (multiplicando o juro por 100):

$$i = \frac{J \cdot 100}{C \cdot n}$$

(4) Resposta:

$$i = 4\% \text{ ao mês.}$$

### 3.1.2 Fórmula do Montante:

$$M = C + J \quad (2)$$

Onde

$M$  é o montante;

$C$  é o capital; e

$J$  é o valor do juro.

Uma fórmula derivada de (1) e de (2) é:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n) \quad (3)$$

**Exemplos:****1. Calculando o Montante ( $M$ ):**

Que montante constituirá uma aplicação de R\$ 5.000,00 em uma instituição que remunera à taxa de juros simples de 10% a.a., em 30 meses?

**Solução:**

(1) Dados:

$$C = 5000$$

$$i = 10\% \text{ ao ano}$$

$$n = 30 \text{ meses}$$

$$M = ?$$

(2) Conversão de dados:

A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) não estão na mesma referência de tempo:

$$i = 10\% \text{ ao ano} \Rightarrow 0,10 \text{ (forma unitária)}$$

$$n = 30 \text{ meses} \Rightarrow 2,5 \text{ anos}$$

**Lembre-se de que: A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**

(3) Fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

(4) Cálculos:

$$M = 5000 \cdot (1 + 0,1 \cdot 2,5)$$

$$M = 5000 \cdot (1 + 0,25)$$

$$M = 5000 \cdot (1,25)$$

$$M = 6250$$

(5) Resposta:

$$M = R\$ 6.250,00$$

**2. Calculando o Capital (C):**

Que capital, aplicado à taxa de juros simples de 24% ao ano, produz um montante de R\$ 34.400,00 em 36 meses?

**Solução:**

(1) Dados:

$$i = 24\% \text{ ao ano}$$

$$n = 36 \text{ meses}$$

$$M = 34400$$

$$C = ?$$

(2) Conversão de dados:

A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) não estão na mesma referência de tempo:

$$i = 24\% \text{ ao ano} \Rightarrow 0,24 \text{ (forma unitária)}$$

$$n = 36 \text{ meses} \Rightarrow 3 \text{ anos}$$

**Lembre-se de que: A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**

(3) Fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

Como queremos calcular o Capital, faremos modificações algébricas na fórmula acima, para isolar a incógnita da questão ( $C$ ):

$$C = \frac{M}{(1 + i \cdot n)}$$

(4) Cálculos:

$$C = \frac{34400}{(1 + 0,24 \cdot 3)}$$



$$C = \frac{34400}{(1 + 0,72)}$$

$$C = \frac{34400}{(1,72)}$$

$$C = 20000$$

(5) Resposta:

$$C = R\$ 20.000,00$$

### 3. Calculando o prazo ( $n$ ):

Quanto tempo leva para uma aplicação de R\$ 2.000,00 se transforme em R\$ 2.500,00, à taxa de juros simples de 2,5% ao mês?

#### Solução:

(1) Dados:

$$C = 2000$$

$$i = 2,5\% \text{ ao mês} \Rightarrow 0,025$$

$$M = 2500$$

$$n = ?$$

(2) Fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

Como queremos calcular o prazo, faremos modificações algébricas na fórmula acima, para isolar a incógnita da questão ( $n$ ):

$$n = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

(3) Cálculos:





$$n = \frac{\frac{2500}{2000} - 1}{0,025}$$

$$n = \frac{1,25 - 1}{0,025}$$

$$n = \frac{0,25}{0,025} = 10$$

(4) Resposta:

$$n = 10 \text{ meses}$$

#### 4. Calculando a taxa ( $i$ ):

A aplicação de R\$ 800,00 elevou-se a R\$ 1280,00 no prazo de 2 anos e meio. Calcule a taxa mensal de juros simples dessa operação.

**Solução:**

(1) Dados:

$$C = 800$$

$$M = 1280$$

$$n = 2,5 \text{ anos}$$

$$i = ?$$

(2) Conversão de dados:

A questão solicitou a taxa mensal e o prazo está em anos.

$$n = 2,5 \text{ anos} \Rightarrow 30 \text{ meses}$$

**Lembre-se de que: A taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**



(3) Fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

Como queremos calcular a taxa, faremos modificações algébricas na fórmula acima, para isolar a incógnita da questão ( $n$ ):

$$i = \left( \frac{\frac{M}{C} - 1}{n} \right) \cdot 100$$

(4) Cálculos:

$$i = \left( \frac{\frac{1280}{800} - 1}{30} \right) \cdot 100$$

$$i = \left( \frac{1,6 - 1}{30} \right) \cdot 100$$

$$i = \left( \frac{0,6}{30} \right) \cdot 100$$

$$i = \frac{60}{30} = 2\%$$

(5) Resposta:

$$i = 2\% \text{ ao mês}$$



## 3.1.3 Exercícios (Juros Simples)

[Nota] Em muitas questões não consta o *regime de capitalização* nos respectivos enunciados. Provavelmente, o concurso de onde foram extraídas pedia apenas juros simples no Programa do Edital.

Em concursos nos quais os Programas apresentem os dois regimes de capitalização (simples e composto), é *obrigatório* que cada questão traga essa informação no seu enunciado.

É passível de *anulação* toda questão que não traga no seu enunciado informações claras, completas e exatas.

1) Um capital foi aplicado a juro simples e, ao completar um período de 1 ano e 4 meses, produziu um montante equivalente a  $\frac{7}{5}$  de seu valor. A taxa mensal dessa aplicação foi de

- a) 2%.
- b) 2,2%.
- c) 2,5%.
- d) 2,6%.
- e) 2,8%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

2) Um capital de R\$ 15.000,00 foi aplicado a juro simples à taxa bimestral de 3%. Para que seja obtido um montante de R\$ 19.050,00, o prazo dessa aplicação deverá ser de

- a) 1 ano e 10 meses.
- b) 1 ano e 9 meses.
- c) 1 ano e 8 meses.
- d) 1 ano e 6 meses.
- e) 1 ano e 4 meses.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

3) Aplicando uma taxa de juros simples de 4% ao mês sobre um capital, este dobrará de valor em



- a) 1 ano.
- b) 1 ano e 5 meses.
- c) 2 anos.
- d) 2 anos e 1 mês.
- e) 2 anos e 5 meses.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

4) Uma pessoa pretende fazer um empréstimo a juros simples de 3% ao mês. No final de 4 meses, ela poderá pagar, no máximo, R\$ 1.400,00. Nessas condições, essa pessoa poderá tomar emprestado, por 4 meses, o valor máximo de

- a) R\$ 1.200,00.
- b) R\$ 1.225,00.
- c) R\$ 1.232,00.
- d) R\$ 1.250,00.
- e) R\$ 1.274,00.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

5) Aplicando-se R\$ 18.000,00 a juro simples, à taxa mensal de 2,5%, obter-se-á o rendimento de R\$ 4.500,00 no prazo de

- a) 7 meses.
- b) 9 meses.
- c) 10 meses.
- d) 11 meses.
- e) 13 meses.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

6) A terça parte de um capital C foi aplicada à taxa mensal de 5% e o restante à taxa mensal de 4,5%. Se as duas aplicações foram feitas no mesmo dia e, após 6 meses foram obtidos juros simples num total de R\$ 3.528,00, então C era igual a

- a) R\$ 12.600,00.



- b) R\$ 12.300,00.
- c) R\$ 12.000,00.
- d) R\$ 11.700,00.
- e) R\$ 11.400,00.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

7) Se um investidor aplicar a juro simples o capital de R\$ 25.000,00 e, ao final de 1 ano e 6 meses, obtiver o montante de R\$ 40.750,00, a taxa mensal de juros terá sido de

- a) 2,5%.
- b) 2,8%.
- c) 3,2%.
- d) 3,5%.
- e) 3,8%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

8) A que taxa anual de juros simples deve-se aplicar um capital para que, ao final de 20 meses, o seu valor seja triplicado?

- a) 10%.
- b) 60%.
- c) 100%.
- d) 120%.
- e) 150%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

9) Um capital é aplicado a juros simples à taxa de 4% ao mês por quarenta e cinco dias. Calcule os juros como porcentagem do capital aplicado.

- a) 4%.
- b) 4,5%.
- c) 5%.
- d) 6%.



e) 6,12%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

10) O capital que, aplicado durante 10 meses a juros simples de 12% ao ano, produz um montante de R\$ 19.668,00, é igual a

- a) R\$ 16.350,00.
- b) R\$ 17.880,00.
- c) R\$ 18.750,00.
- d) R\$ 18.980,00.
- e) R\$ 19.535,00.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

11) Qualquer capital aplicado a juros simples, à taxa de 50% ao ano, será quadruplicado num prazo igual a

- a) 78 meses.
- b) 72 meses.
- c) 66 meses.
- d) 60 meses.
- e) 48 meses.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

12) Aplicando-se R\$ 2500,00 à taxa de juros simples de 3% ao mês, no final de 7 meses obter-se-á o montante de

- a) R\$ 525,00.
- b) R\$ 2525,00.
- c) R\$ 3000,00.
- d) R\$ 3025,00.
- e) R\$ 3725,00.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>



13) João pagou 40% da dívida que tinha junto a um banco. Mais tarde, quitou o saldo, pagando sobre o seu valor, 15% de juro. Sabendo que o valor dos juros foi R\$270,00 qual o valor da dívida original?

- a) R\$ 5000,00.
- b) R\$ 4000,00.
- c) R\$ 3500,00.
- d) R\$ 3000,00.
- e) R\$ 2000,00.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

14) Um fogão é vendido por R\$ 600,00 à vista ou com entrada de 22% e mais pagamento de R\$ 542,88, após 32 dias. Qual a taxa de juros mensal envolvida na operação?

- a) 5%.
- b) 10%.
- c) 15%.
- d) 20%.
- e) 25%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

15) Dois capitais estão entre si como 2 está para 3. Para que, em período de tempo igual seja obtido o mesmo rendimento, a taxa de aplicação do menor capital deve superar a do maior em

- a) 10%.
- b) 20%.
- c) 30%.
- d) 40%.
- e) 50%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>



16) O preço a vista de uma mercadoria é de R\$ 100.000,00. O comprador pode, entretanto, pagar 20% de entrada no ato e o restante em uma parcela única de R\$ 100.160,00 vencível em 90 dias. Admitindo-se o regime de juros simples comerciais, a taxa de juros anuais cobrada na venda a prazo é

- a) 1,008%.
- b) 10,08%.
- c) 100,8%.
- d) 2,016%.
- e) 20,16%.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

17) João colocou metade de seu capital a juros simples pelo prazo de 6 meses e o restante, nas mesmas condições, pelo período de 4 meses. Sabendo-se que, ao final das aplicações, os montantes eram de R\$ 147.000,00 e R\$ 108.000,00 respectivamente, o capital inicial era de

- a) R\$ 20.000,00.
- b) R\$ 25.000,00.
- c) R\$ 30.000,00.
- d) R\$ 60.000,00.
- e) R\$ 100.000,00.

Esta questão está resolvida no livro "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>

18) Uma geladeira é vendida à vista por R\$ 1.000,00 ou em duas parcelas, sendo a primeira como uma entrada de R\$ 200,00 e a segunda, dois meses após, no valor de R\$ 880,00. Qual a taxa mensal de juros simples utilizada?

- a) 2%.
- b) 3%.
- c) 4%.
- d) 5%.
- e) 6%.

Esta questão está resolvida no livro digital "500 questões resolvidas". As instruções para fazer o download do e-book estão no seguinte link: <http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livro-500-questoes-resolvidas-e.html>





19) ANPAD-2007. Ulisses separou uma quantia para fazer aplicações financeiras em dois bancos. No primeiro, ele aplicou 40% dessa quantia a juros simples e à taxa de 2,5% ao mês, pois poderia resgatar o dinheiro a qualquer momento; no segundo banco, aplicou o restante da quantia a juros simples e à taxa de 34% ao ano, com carência de um ano. O prazo de ambas as aplicações é de um ano e meio. Sabendo-se que Ulisses não precisou fazer regate durante esse período e que obteve R\$ 14.580,00 de juros no total, podemos afirmar que a quantia investida na primeira aplicação

- a) é menor que R\$ 10.500,00.
- b) está entre R\$ 10.500,00 e R\$ 11.500,00.
- c) está entre R\$ 11.500,00 e R\$ 12.500,00.
- d) está entre R\$ 12.500,00 e R\$ 13.500,00.
- e) é superior a R\$ 13.500,00.

20) ANPAD 2009 - Jorge e Mário receberam, juntos, um bônus de R\$ 1.200,00 por terem ficado nos dois primeiros lugares em vendas no mês de abril. Jorge aplicou a sua parte a 2% a.m., enquanto Mário não resistiu e gastou R\$ 400,00, aplicando o restante a 3% a.m. Após 30 dias, eles tinham, juntos, a quantia de R\$ 819,00. Sabendo-se que o primeiro colocado recebeu mais que o segundo, então o segundo colocado e o valor que ele tem após 30 dias são, respectivamente,

- a) Jorge e R\$ 500,00.
- b) Jorge e R\$ 510,00.
- c) Mário e R\$ 309,00.
- d) Mário e R\$ 515,00.
- e) Mário e R\$ 700,00.



## Gabarito

1-C	2-D	3-D	4-D	5-C	6-A	7-D	8-D	9-D	10-B
11-B	12-D	13-D	14-C	15-E	16-C	17-D	18-D	19-C	20-B

Para outras questões sobre esse tópico, consulte o Índice de Questões por Assunto no livro "500 questões resolvidas" (baixe-o, gratuitamente, aqui: <https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>).

Baixe os cadernos de provas anteriores da ANPAD no Grupo Sou Integral:

(1) Provas de 2009 a 2012:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648788225172332/>

(2) Provas de 2013 e 2014:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/804094236308396/>

No final deste Caderno há uma lista de links diretos para os arquivos mais acessados em nossa *pasta pública* de material didático.

Mantenha o seu material didático sempre atualizado!

Realizamos revisões constantes em nossos materiais didáticos, para a correção de erros e acréscimos de novos conteúdos.

Visite nossa pasta pública de material didático regularmente:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/files>

Participe do nosso projeto:

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>





## 3.2 Juros Compostos

Também denominado de juros *acumulados*, visto que, a cada período, os juros são incorporados ao capital e este montante gera juros para o período seguinte. Em outras palavras, o rendimento é feito na base de juros sobre juros.

### 3.2.1 Fórmula

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Onde:

$M$  é o montante;

$C$  é o capital inicial;

$i$  é a taxa de juros;

$n$  é o prazo da operação.

#### **Observação:**

**Em qualquer regime de capitalização (simples ou composto), a taxa ( $i$ ) e o prazo ( $n$ ) devem estar sempre na mesma referência de tempo.**

#### 1. Calculando o Montante ( $M$ ):

Um investimento de R\$ 4.000,00 é feito em 10 anos, à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Calcule o montante dessa aplicação.

#### **Solução:**

(1) Dados:

$$C = 4000$$

$$n = 10 \text{ anos}$$

$$i = 10\% \text{ a.a.}$$

$$M = ?$$

(2) Conversão de dados:



Etapa desnecessária, visto que a taxa e o prazo da aplicação já se encontram na mesma referência de tempo (no caso, "anos").

Lembre-se apenas de colocar a taxa em sua forma unitária:  $10\% = 0,1$

(3) Fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

(4) Cálculos:

$$M = 4000 \cdot (1 + 0,1)^{10}$$

$$M = 4000 \cdot (1,1)^{10}$$

O valor de  $(1,1)^{10}$  deve ser retirado de uma Tabela Financeira, que normalmente é fornecida em provas de concursos públicos (que não permite o uso de calculadoras), pois é um cálculo extenso para ser realizado manualmente.

Veja este exemplo (retirado da prova de Matemática Financeira da FDRH – Concurso Banrisul, em 2010)

A seguinte tabela representa os valores do *fator de acumulação de capital*  $(1 + i)^n$  para as taxas indicadas no topo de cada coluna, e poderá ser útil para a resolução de algumas questões desta prova.

<i>n</i>	10%	20%	30%	40%	50%
1	1,100	1,200	1,300	1,400	1,500
2	1,210	1,440	1,690	1,960	2,250
3	1,331	1,728	2,197	2,744	3,375
4	1,464	2,074	2,856	3,842	5,063
5	1,611	2,488	3,713	5,378	7,594
6	1,772	2,986	4,827	7,530	11,391
7	1,949	3,583	6,275	10,541	17,086
8	2,144	4,300	8,157	14,758	25,629
9	2,358	5,160	10,604	20,661	38,443
10	<b>2,594</b>	6,192	13,786	28,925	57,665

O dado que precisamos está em destaque na Tabela:  $(1,1)^{10} = 2,594$



Assim, poderemos finalizar os cálculos:

$$M = 4000 \cdot 2,594 = 10376$$

(5) Resposta:

$$M = \text{R\$ } 10.376,00$$

## 2. Calculando o Capital (C):

Para comprar, daqui a 10 meses, um automóvel que custa R\$ 25.940,00, um jovem decide fazer uma *poupança*, através de uma única aplicação financeira, que rende juros compostos de 10% ao mês. Supondo que o preço do automóvel não sofrerá reajustes neste período de 10 meses, qual é a quantia que esse jovem deverá aplicar para comprar o seu automóvel?

### Solução:

(1) Dados:

$$M = 25940$$

$$n = 10 \text{ meses}$$

$$i = 10\% \text{ ao mês}$$

$$C = ?$$

(2) Conversão de dados:

Etapa desnecessária, visto que a taxa e o prazo da aplicação já se encontram na mesma referência de tempo (no caso, "meses").

Lembre-se apenas de colocar a taxa em sua forma unitária:  $10\% = 0,1$

(3) Fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Como se pretende calcular o Capital, vamos adaptar a fórmula acima:



$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

(4) Cálculos:

$$C = \frac{25940}{(1+0,1)^{10}}$$

$$C = \frac{25940}{(1,1)^{10}}$$

$(1,1)^{10} = 2,594$  (vide Tabela mostrada na questão anterior)

$$C = \frac{25940}{2,594} = 10000$$

(5) Resposta:

$$C = \text{R\$ } 10.000,00$$

Para os itens:

**3. Calculando o Prazo ( $n$ )**

e

**4. Calculando a Taxa ( $i$ )**

será necessário fazer uma breve revisão sobre Logaritmos.



## 3.2.2 Logaritmos (breve revisão)

**Logaritmo** é uma *operação matemática*.

O leitor conseguirá ter um bom entendimento sobre Logaritmos se guardar os três pontos fundamentais sobre o assunto, que são: (1) a definição, (2) as propriedades operatórias, e (3) a mudança de base.

### (1) Definição:

$$\log_b A = x \Leftrightarrow b^x = A$$

com  $A > 0, b > 0, b \neq 1$

onde:

$A$  é o logaritmando

$b$  é a base

$x$  é o logaritmo

A leitura de  $\log_b A = x$  é "O logaritmo de um número  $A > 0$ , numa base  $b > 0$  e  $b \neq 1$  é igual a  $x$ "

Em outras palavras,  $x$  é o número ao qual devemos elevar a base para obter o logaritmando.

Nota: em termos de *notação*, alguns autores costumam grafar o logaritmando entre parênteses:  $\log_b(A)$

Exemplo:

$\log_2 32 = x$ . Aqui temos base  $b = 2$  e logaritmando  $A = 32$ . Queremos descobrir a qual expoente deveremos elevar a base  $b = 2$  para obtermos o número  $A = 32$

Matematicamente, a expressão ficaria assim:

$$\log_2 32 = x \Leftrightarrow 2^x = 32$$



Devemos, portanto, encontrar a solução da equação exponencial  $2^x = 32$

$2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5$  como as bases são iguais, segue-se que  $x = 5$ .

$\log_2 32 = 5$ . Leitura: "O logaritmo de 32 na base 2 é igual a 5."

## 1.1. Consequências da definição:

a)  $\log_b(b) = 1$

Leitura: "O logaritmo da base é igual a 1."

b) a)  $\log_b(1) = 0$

Leitura: "O logaritmo de 1 em qualquer base é igual a zero."

c) a)  $\log_b(b)^n = n$

Leitura: "O logaritmo da base elevada a um expoente  $n$  será igual a esse expoente  $n$ ."

## 1.2. Logaritmo decimal:

Logaritmo decimal é, como o próprio nome diz, um logaritmo cuja base é 10.

A notação usual é:  $\log A = x \Leftrightarrow 10^x = A$

Note que, quando no lugar da base não se vê número algum, significa que a base é igual a 10.

É altamente recomendado que o leitor memorize os resultados a seguir:

a)  $\log 2 \cong 0,3$

a)  $\log 3 \cong 0,48$  (para facilitar ainda mais os cálculos, o arredondamento pode ser feito como  $\log 3 \cong 0,5$ ).

a)  $\log 5 \cong 0,7$





### 1.3. Logaritmo natural:

Logaritmo natural é aquele cuja base é o número de Euler  $e$ . O número  $e$  é irracional e vale, aproximadamente, 2,718281...

Notação:  $\ln A = x \Leftrightarrow e^x = A$

Veja que  $\log_e A = \ln A$

### (2) Propriedades Operatórias:

2.1. Logaritmo de um produto de dois números positivos:

$$\log_b(A \cdot B) = \log_b(A) + \log_b(B)$$

Leitura: "O logaritmo de um produto de dois números positivos em uma certa base é igual à soma dos logaritmos de cada um deles nessa mesma base."

Exemplo:

$$\log_3(7 \cdot 4) = \log_3(7) + \log_3(4)$$

2.2. Logaritmo de um quociente de dois números positivos:

$$\log_b\left(\frac{A}{B}\right) = \log_b(A) - \log_b(B)$$

Leitura: "O logaritmo do quociente de dois números positivos em uma certa base é igual à diferença dos logaritmos de cada um deles nessa mesma base."

Exemplo:

$$\log_5\left(\frac{3}{7}\right) = \log_5(3) - \log_5(7)$$

2.3. Logaritmo de uma potência:

$$\log_b(A)^n = n \cdot \log_b(A)$$



Leitura: "O logaritmo na base  $b$  de um número positivo  $A$  elevado à potência  $n$  é igual ao produto de  $n$  pelo logaritmo de  $A$ ."

Exemplo:

$$\log_5(9)^7 = 7 \cdot \log_5(9)$$

2.4. Logaritmo de uma raiz:

$$\log_b(\sqrt[m]{A^n}) = \frac{n}{m} \cdot \log_b(A)$$

Leitura: "O logaritmo na base  $b$  da raiz  $m$ -ésima de um número positivo  $A$  elevado à potência  $n$  é igual ao produto de  $\frac{n}{m}$  pelo logaritmo de  $A$ ."

Note que:  $\sqrt[m]{A^n} = (A)^{n/m}$

Exemplo:

$$\log_5(\sqrt[5]{19^4}) = \frac{4}{5} \cdot \log_5(19)$$

**(3) Mudança de Base:**

$$\log_b(A) = \frac{\log_c(A)}{\log_c(b)}$$

Exemplo:

$$\log_5(21) = \frac{\log_2(21)}{\log_2(5)}$$

Exercício:

Usando as propriedades operatórias dos logaritmos e a mudança de base, calcule:

$$\log_3(120)$$



Solução:

$$\log_3(120) = \frac{\log(120)}{\log(3)}$$

Mudamos a base de 3 para 10!

$$\frac{\log(120)}{\log(3)} = \frac{\log(2^2 \cdot 3 \cdot 10)}{\log(3)}$$

$$\frac{\log(2^2 \cdot 3 \cdot 10)}{\log(3)} = \frac{\log(2^2) + \log(3) + \log(10)}{\log(3)}$$

$$\frac{2 \cdot \log(2) + \log(3) + \log(10)}{\log(3)} \cong \frac{2 \cdot 0,3 + 0,5 + 1}{0,5} \cong \frac{2,1}{0,5} \cong 4,2$$

Na verdade, o valor de  $\log_3(120) \cong 4,36$ , mas note que conseguimos uma boa aproximação no cálculo realizado acima!

Encerramos aqui nossa breve revisão sobre Logaritmos.



### 3. Calculando o Prazo ( $n$ )

Faremos adaptações na fórmula  $M = C \cdot (1 + i)^n$ :

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Logaritmizando a expressão<sup>3</sup>

$$\log (1 + i)^n = \log \left( \frac{M}{C} \right)$$

Aplicando a propriedade 2.3. (logaritmo de uma potência):

$$n \cdot \log (1 + i) = \log \left( \frac{M}{C} \right)$$

$$n = \frac{\log \left( \frac{M}{C} \right)}{\log (1 + i)}$$

ou

$$n = \frac{\log (M) - \log (C)}{\log (1 + i)}$$

Aplicando a mudança de base:

$$n = \log_{(1+i)} \left( \frac{M}{C} \right)$$

As questões que envolvem este tópico apresentam, indistintamente, respostas tanto na forma  $n = \frac{\log \left( \frac{M}{C} \right)}{\log (1+i)}$  quanto na forma  $n = \log_{(1+i)} \left( \frac{M}{C} \right)$ .

<sup>3</sup> Logaritmizar significa aplicar a operação de Logaritmo em ambos os membros da equação



O logaritmo também poderia ser natural:  $n = \frac{\ln \left( \frac{M}{C} \right)}{\ln (1+i)}$

Exemplo:

Sabendo-se que uma aplicação de R\$ 8.000,00 em um fundo remunerado à taxa de juros compostos de 2% ao mês, elevou-se a R\$ 9.751,96. Calcule o prazo, em meses, da aplicação.

**Solução:**

(1) Dados:

$$C = 8000$$

$$i = 2\% \text{ a.m.}$$

$$M = 9751,96$$

$$n = ?$$

(2) Conversão de dados:

Não há conversão de dados, visto que a taxa está referida *ao mês* e o prazo foi solicitado em *meses*. Lembre-se, apenas, de colocar a taxa na forma unitária: 2% = 0,02.

(3) Fórmula:

$$n = \frac{\log \left( \frac{M}{C} \right)}{\log (1+i)}$$

(4) Cálculos:

$$n = \frac{\log \left( \frac{9751,96}{8000} \right)}{\log (1 + 0,02)}$$

$$\frac{9751,96}{8000} \cong 1,2$$



$$n = \frac{\log(1,2)}{\log(1,02)}$$

ou

$$n = \log_{(1+i)}(1,2)$$

Observação: cálculos extensos não costumam cair em provas de Concursos Públicos ou do Teste ANPAD.

### 3.2.3 Exercícios (cálculo do prazo)

1) ANPAD 2009 - O índice de crescimento  $r$  da população em certo período  $n$  (em anos) pode ser estimado por  $r = \sqrt[n]{\frac{p_f}{p_0}} - 1$ , em que  $p_f$  e  $p_0$  são, respectivamente, a população final e inicial. Se o índice de crescimento em certo período  $n$  for 1,56, considerando  $\log(2) = 0,3$  e  $\frac{p_f}{p_0} = 20$ , o período  $n$  é, aproximadamente, igual a

- a) 2 anos.
- b) 3 anos.
- c) 4 anos.
- d) 5 anos.
- e) 6 anos.

2) ANPAD 2009 - Marcus estava resolvendo um problema de Matemática Financeira quando chegou à equação  $(1,25)^n = 9$ . Utilizando  $\log 5 = 0,7$  e  $\log 3 = 0,5$ , então o valor de  $n$  encontrado por Marcus foi

- a) 13.
- b) 12.
- c) 11.
- d) 10.
- e) 9.

3) ANPAD 2010 - Uma pessoa deposita uma quantia  $C$  em dinheiro na caderneta de poupança. Sabendo-se que o montante na conta, após  $t$  meses, é dado por



$M(t) = C \cdot 3^{0,01t}$ , o tempo mínimo para triplicar a quantia depositada corresponde, aproximadamente, a

- a) 6 anos e 8 meses.
- b) 7 anos e 6 meses.
- c) 8 anos e 4 meses
- d) 9 anos e 3 meses.
- e) 10 anos e 2 meses.

4) ANPAD 2011 - Um imóvel está sendo vendido, à vista, por R\$ 100.000,00, e Jorge pretende comprá-lo em uma única parcela, mas daqui a certo tempo. Sabendo-se que o vendedor exige R\$ 15.292,15 de juros, pois deseja ganhar 2,4% a. m., então daqui a aproximadamente quantos meses Jorge pagará o imóvel?

- a)  $\log(0,15)/\log(1,024)$ .
- b)  $\log(0,15/0,024)$ .
- c)  $\log(1,15/1,024)$ .
- d)  $\log(1,15) - \log(1,024)$ .
- e)  $\log(1,15)/\log(1,024)$ .

5) ANPAD 2012 - Certa quantia em dinheiro é investida a uma taxa anual de juros de 12%. Quantos anos levará para o capital dobrar, assumindo que a capitalização dos juros seja mensal?

- a)  $\frac{\ln 2}{\ln 1,01}$  anos.
- b)  $\frac{\ln 2}{\ln 1,01}$  anos.
- c)  $\frac{\ln 2}{12 \cdot \ln 1,12}$  anos.
- d)  $\frac{12 \cdot \ln 2}{\ln 1,12}$  anos.
- e)  $\frac{\ln 2}{12 \cdot \ln 1,01}$  anos.



6) ANPAD 2013 - Quando aplicamos um montante  $M$  em um investimento que rende  $R\%$  ao mês, o valor a ser resgatado  $P$ , isento de taxações, após  $n$  meses é dado por  $P = M \cdot \left(\frac{100+R}{100}\right)^n$ . O número de meses necessários para se obter um lucro superior ou igual a 10% sobre o montante aplicado é o menor valor inteiro superior ou igual a

a)  $\frac{\ln\left(\frac{P}{M}\right)}{\ln\left(1+\frac{R}{100}\right)}$

b)  $\frac{\ln(1,1M)}{\ln\left(\frac{100+R}{100}\right)}$

c)  $\log_{\frac{100+R}{100}}\left(\frac{P}{M}\right)$

d)  $\log_{\frac{100+R}{100}}\left(\frac{1}{10}\right)$

e)  $\log_{\frac{100+R}{100}}\left(\frac{11}{10}\right)$

### Gabarito

1-B	2-D	3-C	4-E	5-E	6-E
-----	-----	-----	-----	-----	-----

### 4. Calculando a Taxa ( $i$ )

O cálculo da taxa não é solicitado em provas de Concursos Públicos, nem no Teste ANPAD.

Apresentaremos aqui apenas a fórmula para o cálculo.

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$\frac{M}{C} = (1 + i)^n$$

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$





$$(1 + i)^n = \sqrt[n]{\frac{M}{C}}$$

$$i = \left[ \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \right] \cdot 100$$

A dedução também poderia ser feita com o auxílio de logaritmos.



### 3.2.4 Exercícios (Juros Compostos)

1) ANPAD-2007. Hoje, o agiota Furtado concedeu um empréstimo de R\$ 500,00 ao Sr. Inocência e adotou o sistema de juros compostos a uma taxa de 10% a.m. Sabendo-se que o Sr. Inocência paga R\$ 200,00 a cada mês (desde o primeiro mês), e que esse valor é abatido do montante da dívida, pode-se afirmar que, após três meses,

- a) o Sr. Inocência ainda deve R\$ 3,50 ao agiota.
- b) o Sr. Inocência ainda deve R\$ 42,30 ao agiota.
- c) o Sr. Inocência ainda deve R\$ 38,00 ao agiota.
- d) o agiota deve R\$ 35,00 ao Sr. Inocência.
- e) a dívida está liquidada.

2) ANPAD-2006. Joana fez uma aplicação num banco e a resgatou após seis meses. O juro aparente recebido, durante esse período, foi de 15%. Se a taxa de inflação no período foi de 8%, então a taxa de juro real recebido foi de, aproximadamente,

- a) 7,5% positivo.
- b) 7% positivo.
- c) 6,5% positivo.
- d) 6% negativo.
- e) 7% negativo

3) ANPAD-2006. Usando o valor 0,48 para  $\log 3$  (onde  $\log$  denota o logaritmo decimal), a que taxa anual de juros compostos devo aplicar certo capital hoje para que, daqui a seis anos, eu tenha o triplo desse capital?

- a)  $10^{0,48} - 1$ .
- b)  $10^{0,144} - 1$ .
- c)  $10^{0,008} - 1$ .
- d)  $10^{0,03} - 1$ .
- e)  $10^{0,08} - 1$

4) ANPAD-2006. Marcus deve pagar a Paulo, daqui a dois meses, o valor nominal de R\$ 10.500,00. Marcus, porém, fez uma proposta a Paulo de pagar R\$



10.100,00 hoje para quitar a sua dívida. Sabendo-se que a taxa de juros corrente de mercado é de 2% ao mês, a troca é

- a) vantajosa para Paulo, pois ganhará em torno de R\$ 8,00.
- b) vantajosa para Paulo, pois ganhará em torno de R\$ 20,00.
- c) vantajosa para Marcus, pois economizará R\$ 10,00.
- d) desvantajosa para Paulo, pois perderá em torno de R\$ 8,00.
- e) desvantajosa para Paulo, pois perderá em torno de R\$ 20,00.

5) ANPAD-2006. O valor aplicado em um fundo de renda fixa é alterado a cada mês com acréscimo de 5% em relação ao mês anterior. Se não são feitos resgates, a sequência dos valores mensais aplicados nesse fundo é uma progressão

- a) geométrica de razão 0,5.
- b) geométrica de razão 0,005.
- c) geométrica de razão 1,05.
- d) aritmética de razão 5.
- e) aritmética de razão 0,05.

6) ANPAD-2006. Pedro fez uma aplicação de R\$ 10000,00 em um determinado banco e obteve, após 2 anos, segundo o banco, R\$ 4400,00 de juros. Se a inflação foi de 10% a.a., a taxa anual de juros real ganha foi de, aproximadamente,

- a) 20%.
- b) 15%.
- c) 12%.
- d) 10%.
- e) 9%.

7) ANPAD-2006. Manoel fez um financiamento do R\$ 20000,00 no banco Bradex, pelo prazo de 6 meses, e recebeu o valor líquido de R\$ 18000,00. Se a taxa de juros que o banco cobra é de 15% a.a., há também taxa administrativa?

- a) Sim, o banco cobra uma taxa administrativa de 1,0%.
- b) Sim, o banco cobra uma taxa administrativa de 1,5%.
- c) Sim, o banco cobra uma taxa administrativa de 2,0%.
- d) Sim, o banco cobra uma taxa administrativa de 2,5%.
- e) Não o banco não cobra taxa administrativa.



8) ANPAD-2005. O Sr. Gumercindo deve ao Banco ZAZ 3.000 u.m. com vencimento em 2 anos e 4.500 u.m. com vencimento em 4 anos. Ele pretende saldar suas dívidas por meio de um único pagamento a ser realizado no final de 3 anos. Se a taxa de juros compostos for de 10% a.a., o valor que mais se aproxima desse pagamento único será de

- a) 7.900 u.m.
- b) 7.700 u.m.
- c) 7.600 u.m.
- d) 7.500 u.m.
- e) 7.400 u.m.

9) ANPAD-2005. Uma loja vende um computador por R\$ 2.500,00 à vista. A prazo, o preço sobe para R\$ 2.700,00, sendo R\$ 1.500,00 de entrada e o restante após um mês. Logo, a taxa de juros cobrada ao mês é de

- a) 8%.
- b) 20%.
- c) 25%.
- d) 50%.
- e) 66%.

10) ANPAD-2005. Certa aplicação rende 13% a cada ano. Considerando-se que o saldo era  $y$  em 01 de janeiro de 2001 e que não houve retiradas desde então, o saldo em 31 de dezembro de 2003 era igual a

- a)  $y + 13^4 y$
- b)  $y + (1,13)^4 y$
- c)  $y + (1,13)^3 y$
- d)  $(1,13)^4 y$
- e)  $(1,13)^3 y$

11) ANPAD-2004. Sabe-se que a quantia que o Sr. João investiu em poupança é o dobro da quantia investida em ações. Se a poupança rendeu 7,5% do seu valor e as ações renderam 10% do seu valor, e se o total dos rendimentos nesse período foi de R\$ 7.500,00, então a quantia que o Sr. João investiu em poupança é

- a) R\$ 25.000,00.
- b) R\$ 30.000,00.



- c) R\$ 50.000,00.
- d) R\$ 60.000,00.
- e) R\$ 75.000,00.

12) ANPAD-2003. Se a cada ano o valor  $V$  de um carro diminui em 30% em relação ao seu valor do ano anterior, um carro no início do nono ano valerá

- a)  $(0,3)^8 V$
- b)  $(0,3)^9 V$
- c)  $(0,7)^7 V$
- d)  $(0,7)^8 V$
- e)  $(0,7)^9 V$

13) ANPAD 2013 - Maria emprestou R\$ 1.000,00 para João a uma taxa de juros de 1% ao mês. Imediatamente, João usou  $\frac{1}{5}$  desse dinheiro para saldar uma dívida antiga e aplicou o restante em um investimento que rendia inacreditáveis 10% ao mês.

Passados dois meses do dia do empréstimo, João resgatou o dinheiro aplicado para pagar sua dívida com Maria. Como o montante resgatado ainda não era suficiente, João fez um cheque no valor que faltava. Qual o valor do cheque?

- a) R\$ 30,00.
- b) R\$ 52,10.
- c) R\$ 130,00.
- d) R\$ 132,10.
- e) R\$ 152,10.

14) ANPAD 2013 - Quando aplicamos um montante  $M$  em um investimento que rende  $R\%$  ao mês, o valor a ser resgatado  $P$ , isento de taxações, após  $n$  meses é dado por  $P = M \cdot \left(\frac{100+R}{100}\right)^n$ . O número de meses necessários para se obter um lucro superior ou igual a 10% sobre o montante aplicado é o menor valor inteiro superior ou igual a

a)  $\frac{\ln\left(\frac{P}{M}\right)}{\ln\left(1+\frac{R}{100}\right)}$

b)  $\frac{\ln(1,1M)}{\ln\left(\frac{100+R}{100}\right)}$

c)  $\log_{\frac{100+R}{100}}\left(\frac{P}{M}\right)$



d)  $\log_{\frac{100+R}{100}}\left(\frac{1}{10}\right)$

e)  $\log_{\frac{100+R}{100}}\left(\frac{11}{10}\right)$

15) ANPAD 2014 - Com o dinheiro que recebeu com a venda do carro, Alda conseguiu se planejar para pagar uma dívida de cartão de crédito que já se arrastava há mais de um ano. A dívida em janeiro era de R\$ 50.000,00 a ser paga com juros compostos de 2% ao mês. Sabendo que ela pagou R\$ 16.000,00, R\$ 5.700,00 e R\$ 10.100,00 respectivamente em fevereiro, março e abril, qual será o valor correspondente aos juros da dívida de Alda em maio do mesmo ano?

- a) R\$ 410,00.
- b) R\$ 460,00.
- c) R\$ 480,00.
- d) R\$ 590,00.
- e) R\$ 610,00.

16) ANPAD 2010 - Jorge está se organizando para comprar, daqui a oito meses, um caminhão para a sua empresa no valor de R\$ 78.000,00 à vista. Para dispor desse valor, ele pretende aplicar mensalmente, a partir de hoje, uma determinada quantia constante em um título de renda fixa que rende 2% a.m., a juros compostos. Essa quantia constante que Jorge deve aplicar de modo a, daqui a oito meses, poder adquirir o caminhão à vista é de aproximadamente

- a) R\$ 10.641,20.
- b) R\$ 9.090,90.
- c) R\$ 8.000,00.
- d) R\$ 7.123,28.
- e) R\$ 6.500,00.

17) ANPAD 2010 - Para comprar novos equipamentos, uma empresa fez um empréstimo que deveria ser pago em dez prestações mensais de R\$ 5.512,50 cada, com vencimento para o dia 10 de cada mês e carência de um ano. Devido a esse investimento, a empresa ampliou os lucros e conseguiu quitar a dívida no pagamento da antepenúltima prestação (ou seja, na data do vencimento da oitava parcela, quitou também as duas últimas prestações). Se o banco concedeu o desconto relativo à antecipação do pagamento e o financiamento foi realizado em regime de juros compostos a uma taxa efetiva de 5% a.m., o desconto obtido com o pagamento adiantado da décima prestação foi aproximadamente de



- a) R\$ 1.275,00.
- b) R\$ 1.025,00.
- c) R\$ 551,25.
- d) R\$ 512,50.
- e) R\$ 410,00.

18) ANPAD 2011 - Marcela contraiu uma dívida e, para quitá-la, ainda restam duas parcelas fixas de R\$ 2.500,00, sendo que a primeira vence daqui a seis meses e a segunda daqui a um ano. O credor lhe fez uma proposta para ela quitar a dívida por R\$ 4.448,00. Se ela dispõe desse recurso e o custo de oportunidade é de 5% ao semestre, Marcela

- a) deve quitar a dívida, pois o valor atual de sua dívida é de aproximadamente R\$ 5.000,00.
- b) deve quitar a dívida, pois o valor atual de sua dívida é de aproximadamente R\$ 4.648,00.
- c) deve quitar a dívida, pois o valor atual de sua dívida é de aproximadamente R\$ 4.600,00.
- d) não deve quitar a dívida, pois o valor atual de sua dívida é de aproximadamente R\$ 4.248,00.
- e) não deve quitar a dívida, pois o valor atual de sua dívida é de aproximadamente R\$ 4.000,00.

19) ANPAD 2011 - O capital de certa empresa octuplicou em três anos. Se a taxa de crescimento média anual foi a mesma nesses três anos, a taxa média anual foi de

- a) 100%.
- b) 80%.
- c) 60%.
- d) 50%.
- e) 40%.

20) ANPAD 2012 - Uma companhia adquire um bem que custa R\$ 100.000,00 e se desvaloriza a uma taxa de 30% a.a. Considerando essa situação hipotética, o valor do bem ao final de quatro anos será de

- a) R\$ 75.990,00.



- b) R\$ 49.000,00.
- c) R\$ 34.300,00.
- d) R\$ 24.010,00.
- e) R\$ 810,00.

21) ANPAD 2012 - Paulo, prevendo as despesas com o casamento de seu filho mais velho, que será em outubro, resolveu fazer duas aplicações financeiras em um banco que paga 12% ao quadrimestre: a primeira, de R\$ 4.000,00, em 30/01/2012 e a outra, de R\$ 6.000,00, em 30/05/2012. O valor mais próximo do montante total, em 30/09/2012, será de

- a) R\$ 11.200,00.
- b) R\$ 11.700,00.
- c) R\$ 12.000,00.
- d) R\$ 13.700,00.
- e) R\$ 14.200,00.

22) Um investidor dispunha de R\$ 300.000,00 para aplicar. Dividiu esta aplicação em duas partes. Uma parte foi aplicada no banco alfa, à taxa de 8% ao mês, e a outra parte no banco Beta, à taxa de 6% ao mês, ambas em juros compostos. O prazo de ambas as aplicações foi de 1 mês. Se, após este prazo, os valores resgatados forem iguais nos dois bancos, os valores de aplicação, em reais, em cada banco, foram, respectivamente:

- a) 152.598,13 e 147.401,87.
- b) 151.598,13 e 148.401,87.
- c) 150.598,13 e 149.401,87.
- d) 149.598,13 e 150.401,87.
- e) 148.598,13 e 151.401,87.

**Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:**

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

23) Um aplicador aplica R\$ 10.000,00 em um CDB do Banco do Brasil, de 30 dias de prazo e uma taxa prefixada de 3% ao mês. Considerando o Imposto de Renda de 20% no resgate, o valor líquido a ser resgatado pelo aplicador, em reais, e a taxa de rentabilidade efetiva da aplicação são, respectivamente:

- a) 10.300,00 e 2,40%.
- b) 10.240,00 e 2,45%.





- c) 10.240,00 e 2,40%  
 d) 10.240,00 e 2,35%.  
 e) 10.200,00 e 2,35%.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

24) Um capital de R\$ 2.500,00 esteve aplicado à taxa mensal de 2%, num regime de capitalização composta. Após um período de 2 meses, os juros resultantes dessa aplicação serão

- a) R\$ 98,00.  
 c) R\$ 101,00.  
 d) R\$ 110,00.  
 d) R\$ 114,00.  
 e) R\$ 121,00.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

25) Pretendendo guardar uma certa quantia para as festas de fim de ano, uma pessoa depositou R\$ 2.000,00 em 05/06/97 e R\$ 3.000,00 em 05/09/97. Se o banco pagou juros compostos à taxa de 10% ao trimestre, em 05/12/97 essa pessoa tinha um total de

- a) R\$ 5 320,00.  
 b) R\$ 5 480,00.  
 c) R\$ 5 620,00.  
 d) R\$ 5 680,00,  
 e) R\$ 5 720,00.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

26) Na tabela ao lado, que apresenta três opções de um plano de previdência privada com investimentos mensais iguais por um período de 10 anos, a uma mesma taxa de juros, capitalizados mensalmente, o valor de x será

Valor (em reais)	
investido mensalmente	a receber após 10 anos
200,00	41.856,00
500,00	104.640,00
1.000,00	X

Associe-se à nossa Comunidade: [www.facebook.com/groups/souintegral/](https://www.facebook.com/groups/souintegral/)

Contato para cursos: (51) 8136-5950 (direto)



- a) inferior a R\$ 200.000,00.
- b) superior a R\$ 200.000,00 e inferior a R\$ 205.000,00.
- c) superior a R\$ 205.000,00 e inferior a R\$ 210.000,00.
- d) superior a R\$ 210.000,00 e inferior a R\$ 215.000,00.
- e) superior a R\$ 215.000,00.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

27) O preço, à vista, de uma bicicleta é de R\$ 228,00. Um comprador concorda em pagá-la em 3 parcelas iguais, sendo a primeira no ato da compra e as duas outras, 30 e 60 dias após. Sabendo que a taxa de juros que incide sobre o saldo devedor é de 50% ao mês, pode-se concluir que o valor de cada parcela é igual a:

- a) R\$ 91,00.
- b) R\$ 92,50.
- c) R\$ 10,55.
- d) R\$ 10,80.
- e) R\$ 12,50.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

28) Um capital de R\$ 50.000,00, aplicado a juros compostos, à taxa de 26% ao mês, produzirá um montante de R\$ 126.023,60 no prazo de:

Observação: Se necessário, utilize a tabela seguinte:

n	$1,26^n$
1	1,26000
2	1,58760
3	2,00038
4	2,52047
5	3,17580
6	4,00150
7	5,04190
8	6,35279
9	8,00451



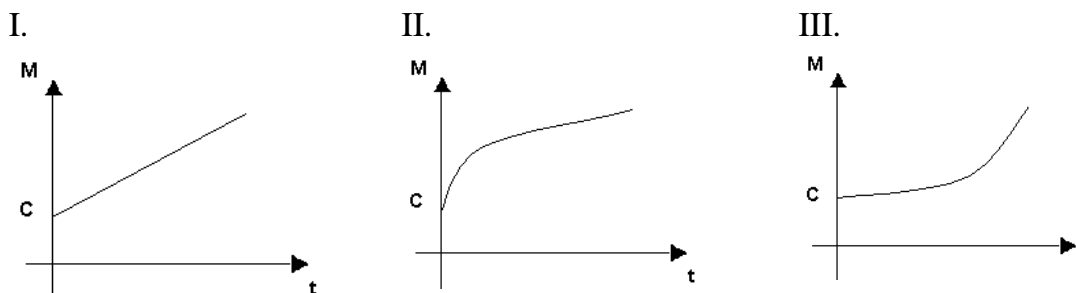
- a) 2 meses.
- b) 2 meses e meio.
- c) 3 meses.
- d) 4 meses.
- e) 6 meses.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

29) Um capital  $C$  aplicado a juros simples, à taxa  $i$  em um determinado período de tempo, no fim de  $t$  períodos produz um montante (capital + juros)  $M$ . Nas mesmas condições e se os juros forem compostos, o montante será  $M + C.(1+i)^n$ .

Considerando o problema apresentado, analise os gráficos abaixo.



Os gráficos que podem representar o montante produzido em um período sob juros simples e em outro sob juros compostos, em função da variável  $t$ , são, respectivamente,

- a) I e II.
- b) I e III.
- c) II e I.
- d) II e III.
- e) III e II.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

30) Uma criação de coelhos, a cada quatro meses, aumenta em 100%. No final de um ano, a população dessa criação, em relação à população existente no seu início, representa um percentual de



- a) 300%.
- b) 400%.
- c) 600%.
- d) 700%.
- e) 800%.

Esta questão está resolvida no livro 500 questões resolvidas. Baixe-o, gratuitamente, neste link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

31) ANPAD 2009 - O índice de crescimento  $r$  da população em certo período  $n$  (em anos) pode ser estimado por  $r = \sqrt[n]{\frac{p_f}{p_0}} - 1$ , em que  $p_f$  e  $p_0$  são, respectivamente, a população final e inicial. Se o índice de crescimento em certo período  $n$  for 1,56, considerando  $\log(2) = 0,3$  e  $\frac{p_f}{p_0} = 20$ , o período  $n$  é, aproximadamente, igual a

- a) 2 anos.
- b) 3 anos.
- c) 4 anos.
- d) 5 anos.
- e) 6 anos.

32) ANPAD 2009 - Marcus estava resolvendo um problema de Matemática Financeira quando chegou à equação  $(1,25)^n = 9$ . Utilizando  $\log 5 = 0,7$  e  $\log 3 = 0,5$ , então o valor de  $n$  encontrado por Marcus foi

- a) 13.
- b) 12.
- c) 11.
- d) 10.
- e) 9.

33) ANPAD 2010 - Uma pessoa deposita uma quantia  $C$  em dinheiro na caderneta de poupança. Sabendo-se que o montante na conta, após  $t$  meses, é dado por  $M(t) = C \cdot 3^{0,01t}$ , o tempo mínimo para triplicar a quantia depositada corresponde, aproximadamente, a

- a) 6 anos e 8 meses.



- b) 7 anos e 6 meses.
- c) 8 anos e 4 meses
- d) 9 anos e 3 meses.
- e) 10 anos e 2 meses.

34) ANPAD 2011 - Um imóvel está sendo vendido, à vista, por R\$ 100.000,00, e Jorge pretende comprá-lo em uma única parcela, mas daqui a certo tempo. Sabendo-se que o vendedor exige R\$ 15.292,15 de juros, pois deseja ganhar 2,4% a. m., então daqui a aproximadamente quantos meses Jorge pagará o imóvel?

- a)  $\log(0,15)/\log(1,024)$ .
- b)  $\log(0,15/0,024)$ .
- c)  $\log(1,15/1,024)$ .
- d)  $\log(1,15) - \log(1,024)$ .
- e)  $\log(1,15)/\log(1,024)$ .

35) ANPAD 2012 - Certa quantia em dinheiro é investida a uma taxa anual de juros de 12%. Quantos anos levará para o capital dobrar, assumindo que a capitalização dos juros seja mensal?

- a)  $\frac{\ln 2}{\ln 1,01}$  anos.
- b)  $\frac{\ln 2}{\ln 1,01}$  anos.
- c)  $\frac{\ln 2}{12 \cdot \ln 1,12}$  anos.
- d)  $\frac{12 \cdot \ln 2}{\ln 1,12}$  anos.
- e)  $\frac{\ln 2}{12 \cdot \ln 1,01}$  anos.



## Gabarito

1-A	2-C	3-E	4-A	5-C	6-E	7-D	8-E	9-B	10-E
11-D	12-D	13-B	14-E	15-A	16-C	17-D	18-B	19-A	20-D
21-B	22-E	23-C	24-C	25-E	26-C	27-D	28-D	29-B	30-E
31-B	32-D	33-E	34-E	35-E					

Leia este post: <http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pilulas-de-matematica-financeira-2.html>

**Visite-nos!** Agradecemos antecipadamente!

Site do Instituto Integral:

<http://www.institutointegral.com.br>

(informações sobre cursos e material didático)

Blog do professor:

<http://profmilton.blogspot.com.br/>

(informações sobre cursos e material didático)

Fan Page:

<http://www.facebook.com/pages/Instituto-Integral/>

(Muitas informações. Sinta-se a vontade para "curtir")

Perfil do professor:

<http://www.facebook.com/milton.araujo>

(adicione à sua rede)

Grupo fechado (ANPAD e Concursos Públicos):

<http://www.facebook.com/groups/souintegral/>

(associe-se e baixe material didático gratuito)

**Participe do nosso projeto:**

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>

Instituto Integral Editora



## 4 Taxas

Como já foi mencionado nos Conceitos Básicos, a taxa de juros mede o preço do empréstimo do capital. Em outras palavras, a taxa mede o juro por unidade de tempo.

A taxa de juros pode ser entendida como um índice que aponta a fração do capital (juro) que deve ser periodicamente incorporado ao capital em uma operação financeira, produzindo, desse modo, o montante.

Em Matemática Financeira, uma taxa sempre deverá ter um *período de referência* associado a ela. O período de referência é informado imediatamente após o símbolo "%".

Exemplo:

2% **ao mês**, ou, simbolicamente, 2% **a.m.**

Conforme José Dutra Vieira Sobrinho, no mercado financeiro brasileiro, mesmo entre os técnicos e executivos, reina muita confusão quanto aos conceitos de taxas de juros principalmente no que se refere às taxas nominal, efetiva e real. O desconhecimento generalizado desses conceitos tem dificultado o fechamento de negócios pela consequente falta de entendimento entre as partes.

Não importando o regime de capitalização (se simples ou composto), há **três** tipos principais de taxas:

### 4.1 Taxa Nominal

Uma taxa é dita *nominal* quando o período de formação e incorporação dos juros ao Capital não coincide com aquele a que a taxa está referida.

Por "período de formação e incorporação dos juros ao Capital", entenda-se "período de capitalização".



Exemplos:

12% ao ano com capitalização mensal. Simbolicamente: 12% **a.a./m.**

45% ao semestre com capitalização mensal. Simbolicamente: 45% **a.s./m.**

30% ao ano com capitalização trimestral. Simbolicamente: 30% **a.a./t.**

Recapitulando: uma taxa *nominal* é aquela cujo *período de capitalização* é *diferente* do seu *período de referência*.

## 4.2 Taxa Efetiva

Uma taxa é dita *efetiva* quando o período de formação e incorporação dos juros ao Capital coincide com aquele a que a taxa está referida. Em outras palavras, uma taxa é efetiva sempre que o seu período de capitalização for igual ao seu período de referência.

Exemplos:

12% ao mês com capitalização mensal. Simbolicamente: 12% a.m./m.

A taxa acima poderia ser informada simplesmente como 12% a.m.

45% ao semestre com capitalização semestral. Simbolicamente: 45% a.s./s.

A taxa acima poderia ser informada simplesmente como 45% a.s.

30% ao ano com capitalização anual. Simbolicamente: 12% a.a./a.

A taxa acima poderia ser informada simplesmente como 12% a.a.

Recapitulando: uma taxa *efetiva* é aquela cujo *período de capitalização* é *igual* ao seu *período de referência*.

## 4.3 Taxa Real

Uma taxa é *real* quando a taxa efetiva é corrigida pela taxa inflacionária do período da operação. Este item será estudado em detalhes no Capítulo 6.





## 4.4 Equivalência entre Taxas em Juros Simples

**Taxas equivalentes entre si são aquelas que, quando forem aplicadas sobre o mesmo capital, por igual período, produzirão montantes iguais.**

A conversão entre taxas no regime de juros simples é fácil e rápida, uma vez que se utiliza do critério proporcional.

Exemplos:

a) Qual é a taxa bimestral equivalente a 10% a.m. no regime de juros simples?

Solução:

**10% a.m.  $\Rightarrow$  ? a.b.**

Sempre inicie a solução (da conversão de taxas) fazendo a seguinte pergunta:

**Quantos (período menor) cabem em UM (período maior)?**

Na questão dada, a pergunta fica assim:

Quantos (meses) cabem em UM (bimestre)?

A resposta é 2.

Agora observe o seguinte:

Do período menor para o período maior  $\Rightarrow$  multiplica

Do período maior para o período menor  $\Rightarrow$  divide

Como estamos convertendo uma taxa mensal (período menor) para uma taxa bimestral (período maior), faremos uma multiplicação.

$10\% \times 2 = 20\%$  a.b.

Resposta: 10% a.m. é equivalente a 20% a.b. *no regime de juros simples.*

b) Qual é a taxa bimestral equivalente a 60% a.s. no regime de juros simples?



Solução:

**60% a.s.  $\Rightarrow$  ? a.b.**

Sempre inicie a solução (da conversão de taxas) fazendo a seguinte pergunta:

**Quantos (período menor) cabem em UM (período maior)?**

Na questão dada, a pergunta fica assim:

Quantos (bimestres) cabem em UM (semestre)?

A resposta é 3.

Do período menor para o período maior  $\Rightarrow$  multiplica

Do período maior para o período menor  $\Rightarrow$  divide

Como estamos convertendo uma taxa semestral (período maior) para uma taxa bimestral (período menor), faremos uma divisão.

$60\% \div 3 = 20\%$  a.b.

Resposta: 60% a.s. é equivalente a 20% a.b. *no regime de juros simples.*

**Observação: Nem sonhe em converter uma taxa de juros compostos utilizando o critério proporcional.**

**Veja o tópico seguinte.**

## 4.5 Equivalência entre Taxas em Juros Compostos

**Taxas equivalentes entre si são aquelas que, quando forem aplicadas sobre o mesmo capital, por igual período, produzirão montantes iguais.**

No regime de juros compostos, a conversão entre taxas efetivas se dá através da seguinte fórmula:

$$i_q = [(1 + i_t)^{q/t} - 1] \cdot 100$$



onde:

$i_q$  é a taxa que eu quero calcular;

$i_t$  é a taxa que eu tenho;

$q$  é o prazo, em dias, da taxa que eu quero calcular;

$t$  é o prazo, em dias, da taxa que eu tenho.

Exemplos:

a) Qual é a taxa bimestral equivalente a 10% a.m. no regime de juros compostos?

Há duas formas para se resolver a questão:

1. Com o uso de Tabelas Financeiras, que é o mais usual em provas de Concursos Públicos, visto que não é permitido o uso de calculadoras eletrônicas; ou

2. Através da fórmula:  $i_q = [(1 + i_t)^{q/t} - 1] \cdot 100$

1. Solução por Tabela Financeira:

**10% a.m.  $\Rightarrow$  ? a.b.**

Inicie fazendo a seguinte pergunta:

**Quantos (período menor) cabem em UM (período maior)?**

Na questão dada, a pergunta fica assim: Quantos (meses) cabem em UM (bimestre)? A resposta é 2, ou ( $n = 2$ ).

Agora tome a Tabela Financeira da página 27 e localize a taxa de 10% na linha superior. A seguir, localize o prazo na coluna da esquerda. No exemplo dado,  $n = 2$ .

$n$	10%	20%
1	1,100	1,200
2	<b>1,210</b>	1,440
3	1,331	1,728
...	...	...



O fator que consta na Tabela Financeira é 1,21.

Agora, basta deslocar a vírgula duas casas para a direita e depois subtrair 100:

$$1,21 \Rightarrow 121 \text{ (vírgula deslocada duas casas à direita)}$$

$$121 - 100 = 21$$

Resposta: 10% a.m. é equivalente a 21% a.b. *no regime de juros compostos.*

2. Solução através da fórmula:  $i_q = [(1 + i_t)^{q/t} - 1] \cdot 100$

$i_q = ?$  (taxa que eu quero calcular)

$i_t = 10\% = 0,1$  (taxa que eu tenho na forma unitária)

$q = 60$  dias (um bimestre tem 60 dias)

$t = 30$  dias (um mês tem 30 dias)

$$i_q = [(1 + 0,1)^{60/30} - 1] \cdot 100$$

$$i_q = [(1,1)^2 - 1] \cdot 100$$

$$i_q = [1,21 - 1] \cdot 100$$

$$i_q = [0,21] \cdot 100 = 21\%$$

Resposta: 10% a.m. é equivalente a 21% a.b. *no regime de juros compostos.*

b) Qual é a taxa bimestral equivalente a 72,8% a.s. no regime de juros compostos?

1. Solução por Tabela Financeira:

$$72,8\% \text{ a.s.} \Rightarrow ? \text{ a.b.}$$



Inicie fazendo a seguinte pergunta:

**Quantos (período menor) cabem em UM (período maior)?**

**72,8% a.s.  $\Rightarrow$  ? a.b.**

Na questão dada, a pergunta fica assim: Quantos (bimestres) cabem em UM (semestre)? A resposta é 3, ou ( $n = 3$ ).

Trecho da tabela da página 27:

$n$	10%	20%
<b>1</b>	1,100	1,200
<b>2</b>	1,210	1,440
<b>3</b>	1,331	<b>1,728</b>
...	...	...

Quando a conversão é de uma taxa de maior periodicidade para uma de menor periodicidade, é necessário *iniciar a busca através do fator de juros* ( $1 + i$ ).

No exemplo dado, o fator de juros é  $(1 + 0,728) = 1,728$ .

Procure na linha em que  $n = 3$  até encontrar o fator 1,728 (ou um valor mais próximo possível). A seguir, suba pela coluna correspondente até a taxa (no topo da Tabela). A resposta que encontramos neste caso é 20%.

Resposta: 72,8% a.s. é equivalente a 20% a.b. *no regime de juros compostos*.

2. Solução através da fórmula:  $i_q = [(1 + i_t)^{q/t} - 1] \cdot 100$

$i_q = ?$  (taxa que eu quero calcular)

$i_t = 72,8\% = 0,728$  (taxa que eu tenho na forma unitária)

$q = 60$  dias (um bimestre tem 60 dias)

$t = 180$  dias (um semestre tem 180 dias)

$$i_q = [(1 + 0,728)^{60/180} - 1] \cdot 100$$

$$i_q = [(1,728)^{1/3} - 1] \cdot 100$$



A partir deste ponto, torna-se inviável prosseguir com o cálculo sem o auxílio de uma calculadora financeira. Qualquer questão de concurso que exija tal habilidade merece anulação.

## 4.6 Conversão de Taxas Nominais para Efetivas

Exorta-se o leitor a retornar ao início deste capítulo (página 54) e realizar uma releitura, principalmente do item 4.1.

Recapitulando: taxa *nominal* é aquela cujo *período de capitalização* é diferente do seu *período de referência*.

As taxas nominais aparecem em problemas de juros compostos, mas são taxas de juros simples, uma vez que a conversão se dá pelo critério proporcional. É aqui que reside a grande confusão com esse tipo de taxa!

O leitor precisa estar atento e sempre procurar identificar o tipo de taxa antes de efetuar qualquer tipo de cálculo.

Exemplos:

a) Qual é a taxa mensal equivalente a 12% ao ano com capitalização mensal?

Representação simbólica da taxa: 12% **a.a./m.**

Na conversão, a taxa passará do período de referência para o período de capitalização, pelo critério proporcional:

$$12\% \text{ a.a.} \Rightarrow ? \text{ a.m.}$$

**Quantos (período menor) cabem em UM (período maior)?**

Na questão dada, a pergunta fica assim:

Quantos (meses) cabem em UM (ano)? A resposta é 12.

Do período menor para o período maior  $\Rightarrow$  multiplica



Do período maior para o período menor  $\Rightarrow$  divide

Como estamos convertendo uma taxa anual (período maior) para uma taxa mensal (período menor), faremos uma divisão.

$$12\% \div 12 = 1\% \text{ a.m.}$$

Cuidado! A taxa de 1% a.m. encontrada acima é *efetiva*. Para convertê-la para sua equivalente anual não se pode mais usar o critério proporcional.

O leitor poderá calcular a taxa anual equivalente à taxa de 1% a.m. através da fórmula:  $i_q = [(1 + i_t)^{q/t} - 1] \cdot 100$ , ou por meio de uma Tabela Financeira (revise o tópico 4.5 na página 57).

Resposta: 1% a.m. é equivalente a 12,6825% a.a.



## 5 Desconto Simples

No livro do Prof. Wili Dal Zot (Matemática Financeira, Editora UFRGS, 5ª edição, 2008 - página 75), consta que "Desconto é o abatimento a que o devedor faz jus quando antecipa o pagamento de um título de crédito."

Em outras palavras, Desconto seria o abatimento dos juros cobrados pelo credor no período correspondente entre as datas do vencimento do título e a data do pagamento feito pelo devedor.

### 5.1 Desconto Bancário ou Comercial ou "Por fora"

Para o cálculo do desconto bancário, lança-se mão da fórmula:

$$D = N \cdot d \cdot n$$

onde:

$D$  é o valor do desconto;

$N$  é o valor nominal do título;

$d$  é a taxa de desconto da operação;

$n$  é o prazo de antecipação.

Leia este post: <http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pilulas-de-matematica-financeira-1.html>

Para o cálculo do Valor Atual ( $A$ ), usa a seguinte fórmula:

$$A = N - D$$

onde:

$A$  é o valor atual do título;

$D$  é o valor do desconto;

$N$  é o valor nominal do título.

Com a reunião das duas fórmulas anteriores, tem-se:





$$A = N - D$$

$$A = N - N \cdot d \cdot n$$

$$A = N \cdot (1 - d \cdot n)$$

## 5.2 Desconto Racional ou "Por dentro"

O cálculo do Desconto Racional é feito através da seguinte fórmula:

$$D = N - A$$

onde:

$D$  é o valor do desconto;

$N$  é o valor nominal do título;

$A$  é o valor atual do título.

O Valor Atual deve ser calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i \cdot n)}$$

Observação: para o cálculo do valor do desconto, é mais fácil calcular o valor atual primeiro (pela fórmula acima) e, posteriormente, substituí-lo na fórmula  $D = N - A$ .

Alguns autores indicam o cálculo direto, através da fórmula:  $D = \frac{N \cdot i \cdot n}{(1 + i \cdot n)}$ , mas os cálculos realizados por esta fórmula são um pouco mais trabalhosos.



## 5.2.1 Exercícios (Desconto)

1) Um título de valor nominal de R\$ 10.000,00, a vencer exatamente dentro de 3 meses, será resgatado hoje, por meio de um desconto comercial simples a uma taxa de 4% ao mês. O desconto obtido é de

- a) R\$ 400,00.
- b) R\$ 800,00.
- c) R\$ 1.200,00.
- d) R\$ 2.000,00.
- e) R\$ 4.000,00.

2) José vai receber os R\$ 10.000,00 da venda de seu carro em duas parcelas de R\$ 5.000,00, sendo a primeira dentro de 30 dias e a segunda, dentro de 60 dias. considerando uma taxa de desconto de 2% ao mês, o valor atual, em reais, que José deveria receber hoje, com a certeza de estar recebendo o mesmo valor que irá receber no parcelamento, é de:

- a) 9.709,65.
- b) 9.719,65.
- c) 9.729,65.
- d) 9.739,65.
- e) 9.749,65.

3) Um indivíduo obteve um desconto de 10% sobre o valor de face de um título ao resgatá-lo um mês antes do seu vencimento em um banco. Como esta operação representou um empréstimo realizado pelo banco, obtenha a taxa de juros simples em que o banco aplicou os seus recursos nessa operação.

- a) 9% ao mês.
- b) 10% ao mês.
- c) 11,11% ao mês.
- d) 12,12% ao mês.
- e) 15% ao mês.

4) ANPAD 2009 - Pedro recebeu hoje a devolução do imposto de renda no valor de R\$ 10.000,00. Como tem uma dívida de título no valor nominal de R\$ 14.500,00, sob o regime de desconto racional simples, para ser paga daqui a três meses, Pedro quer saber se o valor recebido da devolução do imposto de renda



cobre esse título hoje. Sabendo-se que a taxa de desconto racional é de 18% a.a., pode-se concluir, com relação à sua dívida hoje, que Pedro

- a) consegue cobri-la, pois o valor do título é de aproximadamente R\$ 9.500,00.
- b) consegue cobri-la, pois o valor do título é de aproximadamente R\$ 10.000,00.
- c) não consegue cobri-la, pois o valor do título é de aproximadamente R\$ 11.500,00.
- d) não consegue cobri-la, pois o valor do título é de aproximadamente R\$ 12.866,70.
- e) não consegue cobri-la, pois o valor do título é de aproximadamente R\$ 13.875,60.

5) ANPAD 2008 - Um título de valor nominal de R\$ 5.300,00 foi descontado à taxa de 18% a.a. Se o resgate do título foi executado quatro meses antes do vencimento, o desconto racional foi de

- a) R\$ 300,00.
- b) R\$ 350,00.
- c) R\$ 400,00.
- d) R\$ 450,00.
- e) R\$ 500,00.

6) ANPAD 2010 - Para comprar novos equipamentos, uma empresa fez um empréstimo que deveria ser pago em dez prestações mensais de R\$ 5.512,50 cada, com vencimento para o dia 10 de cada mês e carência de um ano. Devido a esse investimento, a empresa ampliou os lucros e conseguiu quitar a dívida no pagamento da antepenúltima prestação (ou seja, na data do vencimento da oitava parcela, quitou também as duas últimas prestações). Se o banco concedeu o desconto relativo à antecipação do pagamento e o financiamento foi realizado em regime de juros compostos a uma taxa efetiva de 5% a.m., o desconto obtido com o pagamento adiantado da décima prestação foi aproximadamente de

- a) R\$ 1.275,00.
- b) R\$ 1.025,00.
- c) R\$ 551,25.
- d) R\$ 512,50.
- e) R\$ 410,00.



## Gabarito

1-C	2-A	3-C	4-E	5-A	6-D
-----	-----	-----	-----	-----	-----

### Faça-nos uma visita virtual:

(Agradecemos antecipadamente!)

Site do Instituto Integral:

<http://www.institutointegral.com.br>

(informações sobre cursos e material didático)

Blog do professor:

<http://profmilton.blogspot.com.br/>

(informações sobre cursos e material didático)

Fan Page:

<http://www.facebook.com/pages/Instituto-Integral/>

(Muitas informações. Sinta-se a vontade para "curtir")

Perfil do professor:

<http://www.facebook.com/milton.araujo>

(adicione à sua rede)

Grupo fechado (ANPAD e Concursos Públicos):

<http://www.facebook.com/groups/souintegral/>

(associe-se e baixe material didático gratuito)

### Participe do nosso projeto:

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>



*ie Instituto Integral Editora*



## 6 Correção Monetária e Deflacionamento

Inflação é descrita por Sílvio Teixeira Coelho, em Matemática Financeira e Análise de Investimentos, São Paulo, Nacional, 1979, como "o crescimento imotivado dos meios de pagamento, isto é: o aumento da quantidade de moeda (meio circulante), sem que tenha havido uma produção de riqueza (fruto do trabalho ou, em última análise, do capital) correspondente para justificar esse crescimento."

"A correção monetária é um instituto que visa preservar o valor do dinheiro. Este mecanismo opera através da incidência do índice de desvalorização sobre o montante anterior, de maneira sucessiva, mantendo-se, dessa forma, o poder aquisitivo da moeda." (cfe. Celso Marcelo Oliveira em Limite constitucional dos juros bancários: doutrina e jurisprudência, Rio de Janeiro, AIDE, 2001)

### 6.1 Poder aquisitivo da moeda

$$PA = \frac{1}{(1 + i_i)}$$

onde:

$PA$  é o poder aquisitivo da moeda;

$i_i$  é a taxa de inflação para um determinado período.

Exemplo:

Calcule o poder aquisitivo da moeda quando a taxa de inflação é de 5%.

Solução:

(1) Dado:

$$i_i = 5\%$$

(2) Fórmula:

$$PA = \frac{1}{(1 + i_i)}$$

(3) Conversão de dados:



A taxa deve estar em sua forma unitária:  $5\% = 0,05$ .

(4) Cálculos:

$$PA = \frac{1}{(1 + 0,05)}$$

$$PA = \frac{1}{(1,05)} = 0,9524 = 95,24\%$$

(5) Resposta:

Diante de uma taxa de inflação de 5%, o poder aquisitivo da moeda cai para 95,24%.

## 6.2 Perda do poder aquisitivo

A perda do poder aquisitivo pode ser calculada de duas formas:

$$PPA = 1 - PA \quad (1)$$

onde:

$PPA$  é a perda do poder aquisitivo da moeda;

$PA$  é o poder aquisitivo da moeda;

$$PPA = \frac{i_i}{(1+i_i)} \quad (2)$$

onde:

$PPA$  é a perda do poder aquisitivo da moeda;

$i_i$  é a taxa de inflação para um determinado período.

Exemplo:

Para uma taxa de inflação de 5% calcule a perda do poder aquisitivo da moeda.

Solução:

(1) Dado:



$$i_i = 5\%$$

(2) Fórmulas:

$$PPA = 1 - PA \quad (1)$$

ou

$$PPA = \frac{i_i}{(1+i_i)} \quad (2)$$

(3) Conversão de dados:

A taxa deve estar em sua forma unitária:  $5\% = 0,05$ .

(4) Cálculos:

(4.1)

$$PPA = 1 - 0,9524 = 0,0476 = 4,76\%$$

(4.2)

$$PPA = \frac{0,05}{(1 + 0,05)} = \frac{0,05}{1,05} = 0,0476 = 4,76\%$$

(5) Resposta:

Diante de uma taxa de inflação de 5%, a perda do poder aquisitivo da moeda é de 4,76%.

## 6.3 Taxa real

A taxa real fornece o ganho efetivo de uma aplicação diante de um contexto inflacionário.

$$i_r = \left[ \left( \frac{1 + i_{ap}}{1 + i_i} \right) - 1 \right] \cdot 100$$

Fórmula de Fisher

onde:

$i_r$  é a taxa real;



$i_{ap}$  é a taxa aparente ou taxa da aplicação;

$i_i$  é a taxa de inflação.

Exemplo:

Um banco remunera uma aplicação financeira com uma taxa de 10% para um determinado período. Se a taxa de inflação nesse mesmo período for de 5%, qual será o ganho real do aplicador?

Solução:

(1) Dados:

$$i_{ap} = 10\% = 0,1$$

$$i_i = 5\% = 0,05$$

(2) Fórmula:

$$i_r = \left[ \left( \frac{1 + i_{ap}}{1 + i_i} \right) - 1 \right] \cdot 100$$

(3) Cálculos:

$$i_r = \left[ \left( \frac{1 + 0,1}{1 + 0,05} \right) - 1 \right] \cdot 100$$

$$i_r = \left[ \left( \frac{1,1}{1,05} \right) - 1 \right] \cdot 100$$

$$i_r = [1,0476 - 1] \cdot 100 = 4,76\%$$

(4) Resposta:

O ganho real (taxa real) do aplicador é de 4,76%.

Note o leitor que a taxa real (deflacionamento) nunca será dada pela *diferença* entre as taxas aparente e de inflação. Na verdade, **a taxa real sempre será inferior à diferença simples entre as taxas aparente e de inflação.**

### 6.3.1 Exercícios (Taxa real)

1) ANPAD 2014 - A correção monetária consiste nos reajustes feitos com a





finalidade de preservar o poder de compra do dinheiro, ou seja, para que a moeda não sofra perdas reais do seu valor econômico por causa da inflação. Uma pessoa aplicou um capital em uma modalidade de investimento que lhe proporcionou rendimento de 10%. Entretanto, esse dinheiro sofreu perda real de valor, porque, nesse mesmo período, a inflação foi de 13,85%. Para que o capital investido recupere o seu valor de compra, é necessário que seja submetido a uma correção monetária de

- a) 3,00%.
- b) 3,05%.
- c) 3,50%.
- d) 3,80%.
- e) 3,85%.

2) ANPAD-2006. Joana fez uma aplicação num banco e a resgatou após seis meses. O juro aparente recebido, durante esse período, foi de 15%. Se a taxa de inflação no período foi de 8%, então a taxa de juro real recebido foi de, aproximadamente,

- a) 7,5% positivo.
- b) 7% positivo.
- c) 6,5% positivo.
- d) 6% negativo.
- e) 7% negativo

3) ANPAD-2006. Pedro fez uma aplicação de R\$ 10000,00 em um determinado banco e obteve, após 2 anos, segundo o banco, R\$ 4400,00 de juros. Se a inflação foi de 10% a.a., a taxa anual de juros real ganha foi de, aproximadamente,

- a) 20%.
- b) 15%.
- c) 12%.
- d) 10%.
- e) 9%.

**Gabarito**

1-C	2-C	3-E
-----	-----	-----

**Faça-nos uma visita virtual:**

(Agradecemos antecipadamente!)

Site do Instituto Integral:

<http://www.institutointegral.com.br>

(informações sobre cursos e material didático)

Blog do professor:

<http://profmilton.blogspot.com.br/>

(informações sobre cursos e material didático)

Fan Page:

<http://www.facebook.com/pages/Instituto-Integral/>

(Muitas informações. Sinta-se a vontade para "curtir")

Perfil do professor:

<http://www.facebook.com/milton.araujo>

(adicione à sua rede)

Grupo fechado (ANPAD e Concursos Públicos):

<http://www.facebook.com/groups/souintegral/>

(associe-se e baixe material didático gratuito)

**Participe do nosso projeto:**

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>





## 7 Séries de Capitais

As Séries de Capitais são chamadas por alguns autores de "Anuidades" e, por outros de "Rendas Certas".

Séries de Capitais, como a própria denominação diz, são sucessões de pagamentos (ou recebimentos), exigíveis em épocas predeterminadas, destinadas a extinguir uma dívida ou construir um capital. (Wili Dal Zot, Matemática Financeira, Editora UFRGS, 5ª edição, 2008 - página 85).

Quanto ao prazo, as séries de capitais se classificam em (1) temporárias e (2) perpétuas.

Quanto ao valor dos termos, as séries de capitais se classificam em (1) constantes (prestações fixas) e (2) variáveis.

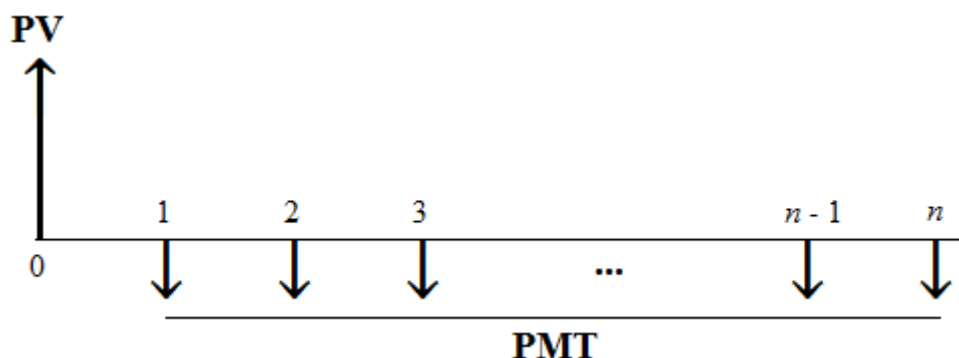
Quanto à periodicidade, classificam-se em (1) periódicas e (2) não periódicas.

Quanto à forma de pagamento: (1) imediatas (postecipadas - com pagamento no final do período ou antecipadas - com pagamento no início do período) e (2) diferida (com período de carência).

### 7.1 Postecipadas

Diagramas de fluxo de caixa:

(a) Valor Presente:





Fórmula:

$$PV = PMT \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

onde:

$PV$  é o valor atual ou valor financiado;

$PMT$  é o valor da prestação;

$i$  é a taxa de juros da operação;

$n$  é o número de prestações.

O termo entre colchetes na fórmula acima é conhecido como *fator de atualização de capital* e é também representado pelo símbolo:  $a_{\overline{n}|i}$

$$a_{\overline{n}|i} = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

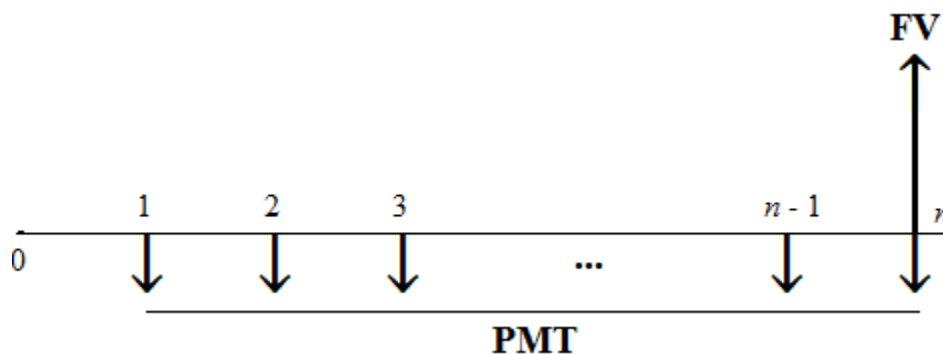
A fórmula poderia ser representada, de forma simplificada, como segue:

$$PV = PMT \cdot a_{\overline{n}|i}$$

Em provas de Concursos Públicos ou do Teste ANPAD não é possível realizar o cálculo do *fator de atualização de capital* manualmente, portanto, é obrigatório o fornecimento de tabela financeira. Veja um modelo de tabela no seguinte link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648788225172332/>

(b) Valor Futuro:





Fórmula:

$$FV = PMT \cdot \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

onde:

$FV$  é o valor futuro ou montante;

$PMT$  é o valor da prestação;

$i$  é a taxa de juros da operação;

$n$  é o número de prestações.

O termo entre colchetes na fórmula é conhecido como *fator de acumulação de capital* e é também representado pelo símbolo:  $S_{\overline{n}|i}$

$$S_{\overline{n}|i} = \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

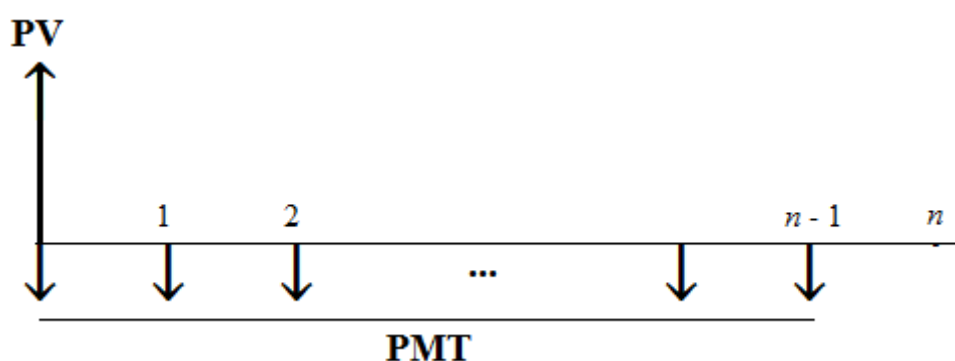
Em provas de Concursos Públicos ou do Teste ANPAD não é possível realizar o cálculo do *fator de acumulação de capital* manualmente, portanto, é obrigatório o fornecimento de tabela financeira. Veja um modelo de tabela no seguinte link:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648788225172332/>

## 7.2 Antecipadas

Diagramas de fluxo de caixa:

(a) Valor Presente:





Fórmula:

$$PV = PMT \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] \cdot (1+i)$$

ou

$$PV = PMT \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^{n-1}} \right]$$

onde:

$PV$  é o valor atual ou valor financiado;

$PMT$  é o valor da prestação;

$i$  é a taxa de juros da operação;

$n$  é o número de prestações.

No Teste ANPAD é comum se fornecer tabela apenas para o fator de atualização de capital *postecipado*. Como, então, se resolveria um problema no qual a série de pagamentos fosse antecipada?

Veja a fórmula manipulada a seguir e fique atento(a) à dica:

$$PV = PMT \cdot (a_{\overline{n-1}|i} + 1)$$

Dica: Quando se tratar de uma série antecipada e você tiver apenas uma tabela do fator de atualização de capital *postecipado*, proceda do seguinte modo:

- diminua uma unidade no número de parcelas:  $(n - 1)$ ;
- vá na tabela, para a taxa dada na questão, e retire o fator de atualização de capital correspondente;
- some uma unidade no fator retirado da tabela;
- multiplique o resultado encontrado no passo anterior pelo valor da prestação.



Exemplo:

ANPAD 2009 - Maria comprou um apartamento a prazo em dez pagamentos mensais e iguais no valor de R\$ 10.000,00, vencendo a primeira prestação no ato da compra. Se a taxa de juros da imobiliária é de 2% a.m., o preço à vista desse apartamento é

- a) R\$ 98.886,78.
- b) R\$ 98.774,80.
- c) R\$ 91.620,00.
- d) R\$ 89.830,00.
- e) R\$ 81.620,00.

**Solução:**

(1) Dados:

$n = 10$  prestações mensais *antecipadas* (veja que o enunciado informa que a primeira prestação venceu no ato da compra);

$$PMT = 10000$$

$$i = 2\% \text{ a.m.}$$

(2) Fórmula:

$$PV = PMT \cdot (a_{\overline{n-1}|i} + 1)$$

(3) Cálculos:

$$PV = 10000 \cdot (a_{\overline{10-1}|2\%} + 1)$$



A prova em questão forneceu a seguinte tabela:

Tabela de fator de valor atual $a_{n i}$		
$n$	1%	2%
...		
7	6,73	6,47
8	7,65	7,33
9	8,57	8,16
10	9,47	8,98
...		

Buscamos o valor do fator de atualização de capital para:

$$a_{\overline{9}|2\%}$$

Tabela de fator de valor atual $a_{n i}$		
$n$	1%	2%
...		
7	6,73	6,47
8	7,65	7,33
9	8,57	<b>8,16</b>
10	9,47	8,98
...		

O valor procurado está em destaque na figura acima:  $a_{\overline{9}|2\%} = 8,16$

Assim:

$$PV = 10000 \cdot (8,16 + 1)$$

$$PV = 10000 \cdot 9,16 = 91600$$

(4) Resposta:

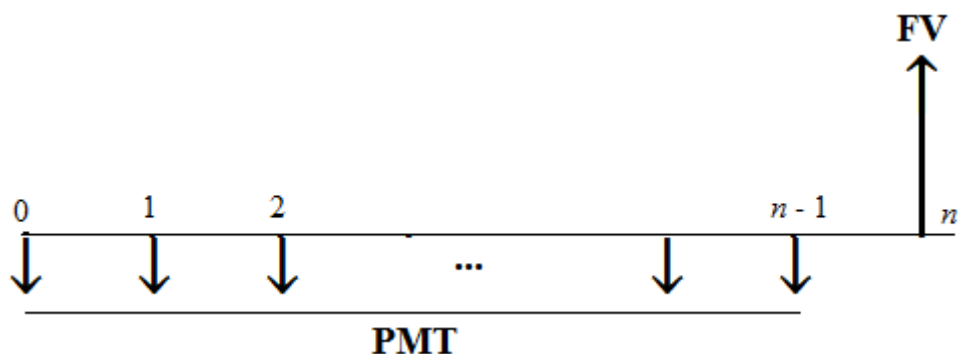
O valor à vista do imóvel é R\$ 91.600,00.





**Gabarito: alternativa C.**

(b) Valor Futuro:



Fórmula:

$$FV = PMT \cdot \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \cdot (1 + i)$$

onde:

$FV$  é o valor futuro ou montante;

$PMT$  é o valor da prestação;

$i$  é a taxa de juros da operação;

$n$  é o número de prestações.

### 7.3 Diferidas

Este tópico não será abordado neste Caderno, por não ser cobrado em Concursos Públicos, nem no Teste ANPAD.

### 7.4 Perpétuas

Na área judicial, ocorre com frequência a liquidação de sentença em que o réu é obrigado a pagar certa quantia mensal de modo vitalício à vítima. Com o propósito de garantir os pagamentos, os juízes determinam o bloqueio de quantia determinada que, remunerada às taxas de mercado (normalmente índice de



remuneração de poupança), garanta o cumprimento da sentença. (Wili Dal Zot, Matemática Financeira, Editora UFRGS, 5ª edição, 2008 - página 100).

O cálculo do valor atual de uma série perpétua, para uma taxa de juros conhecida é feito através do seguinte limite:

$$PV = \lim_{n \rightarrow \infty} PMT \cdot \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$PV = PMT \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n} - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n}} \right]$$

$$PV = PMT \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+i)^n} = 0$$

$$PV = \frac{PMT}{i}$$

Exemplo:

Uma pessoa deseja formar um fundo vitalício, que lhe permita fazer retiradas mensais iguais a R\$ 5.000,00 cada uma. Se este fundo rende 1% ao mês, calcule o valor a ser depositado para garantir as retiradas pretendidas.

Solução:

(1) Dados:

$$PMT = 5000$$

$$i = 1\% \text{ a.m.} = 0,01$$



(2) Fórmula:

$$PV = \frac{PMT}{i}$$

(3) Cálculos:

$$PV = \frac{5000}{0,01} = 500000$$

(4) Resposta:

R\$ 500.000,00.

## 7.5 Exercícios (Séries de Capitais)

1) ANPAD 2009 - Um imóvel é colocado à venda, havendo duas opções de pagamento: à vista, por R\$ 100.000,00; ou a prazo, por R\$ 40.000,00 no ato da compra mais duas parcelas mensais, sendo a primeira de R\$ 33.000,00 e a segunda de R\$ 36.300,00. Se a taxa de juros corrente é de 10% a.m., pode-se concluir que

- a) a melhor opção é efetuar o pagamento à vista, pois o investidor economiza R\$ 3.300,00.
- b) a melhor opção é efetuar o pagamento à vista, pois o investidor economiza R\$ 6.300,00.
- c) a melhor opção é efetuar o pagamento à prazo, pois o investidor economiza R\$ 6.300,00.
- d) a melhor opção é efetuar o pagamento à prazo, pois o investidor economiza R\$ 3.300,00.
- e) as duas opções são equivalentes.

2) ANPAD-2005. Uma livraria coloca uma coleção de livros de Matemática Financeira à venda em dez pagamentos mensais postecipados, sendo as seis primeiras parcelas de R\$ 100,00 e o restante em pagamentos de R\$ 50,00. Sabendo que  $n, i\%$  a é o fator de valor presente de séries uniformes e que a taxa de juros é de 5% ao mês, uma forma de calcular o valor à vista (P) da coleção será



a) 
$$P = 100 \cdot a_{6,5\%} + \frac{50 \cdot a_{4,5\%}}{(1+0,05)^6}$$

b) 
$$P = \frac{100 \cdot a_{6,5\%}}{(1+0,05)^6} + 50 \cdot a_{4,5\%}$$

c) 
$$P = \frac{100 \cdot a_{6,5\%}}{(1+0,05)^6} + \frac{50 \cdot a_{4,5\%}}{(1+0,05)^4}$$

d) 
$$P = 100 \cdot a_{6,5\%} + \frac{50 \cdot a_{4,5\%}}{(1+0,05)^{10}}$$

e) 
$$P = \frac{100 \cdot a_{6,5\%}}{(1+0,05)^6} + \frac{50 \cdot a_{4,5\%}}{(1+0,05)^{10}}$$

3) ANPAD 2009 - Maria comprou um apartamento a prazo em dez pagamentos mensais e iguais no valor de R\$ 10.000,00, vencendo a primeira prestação no ato da compra. Se a taxa de juros da imobiliária é de 2% a.m., o preço à vista desse apartamento é

- a) R\$ 98.886,78.
- b) R\$ 98.774,80.
- c) R\$ 91.620,00.
- d) R\$ 89.830,00.
- e) R\$ 81.620,00.



## Gabarito

1-E	2-A	3-C
-----	-----	-----

### Faça-nos uma visita virtual:

(Agradecemos antecipadamente!)

Site do Instituto Integral:

<http://www.institutointegral.com.br>

(informações sobre cursos e material didático)

Blog do professor:

<http://profmilton.blogspot.com.br/>

(informações sobre cursos e material didático)

Fan Page:

<http://www.facebook.com/pages/Instituto-Integral/>

(Muitas informações. Sinta-se a vontade para "curtir")

Perfil do professor:

<http://www.facebook.com/milton.araujo>

(adicione à sua rede)

Grupo fechado (ANPAD e Concursos Públicos):

<http://www.facebook.com/groups/souintegral/>

(associe-se e baixe material didático gratuito)

### Participe do nosso projeto:

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>





## 8 Sistemas de Amortização

Na prática bancária, há várias formas para se resgatar um empréstimo, que são chamados de Sistemas de Amortização de Empréstimos, ou simplesmente, Sistemas de Amortização.

Aqui veremos os dois mais comuns, que são o Sistema Price e o Sistema de Amortizações Constantes (SAC).

### 8.1 Sistema Francês (Price)

O Sistema Francês de Amortização também é conhecido por Sistema Price, em homenagem ao economista francês Richard Price, que o desenvolveu.

**No Sistema Francês de Amortização todas as prestações têm o mesmo valor (prestações constantes).**

O valor da prestação é calculado pela seguinte fórmula:

$$PMT = PV \cdot \left[ \frac{i \cdot (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right]$$

ou

$$PMT = \frac{PV}{a_{\overline{n}|i}}$$

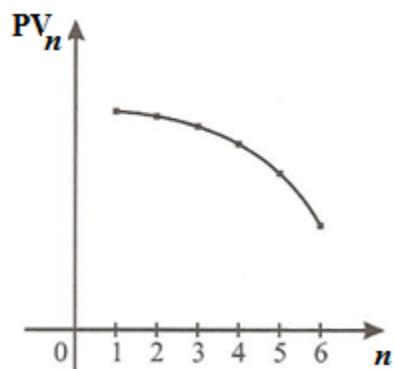
O desenvolvimento de uma Tabela Price requer considerável tempo e cálculos extensos. Em provas de Concursos Públicos ou do Teste ANPAD este tópico não é cobrado.

É recomendado ao leitor que estude apenas o comportamento dos gráficos.

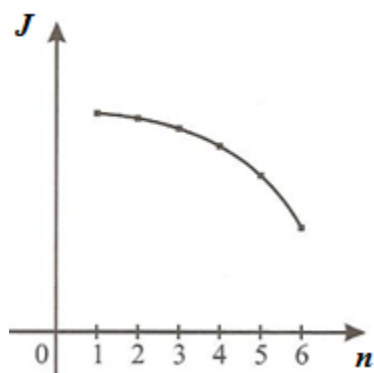


Gráficos:

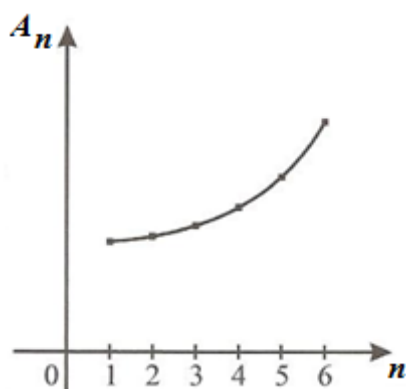
Saldo Devedor (SD)



Juros (J)

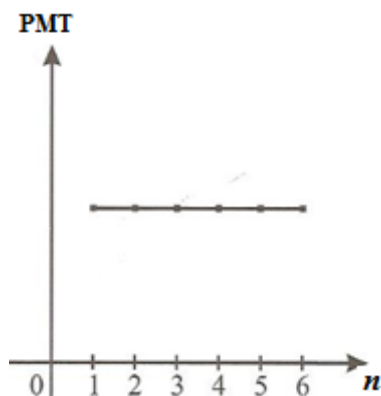


Amortização (A)





Prestação (PMT)



## 8.2 Sistema de Amortizações Constantes (SAC)

Formulário:

- Para o cálculo da quota de amortização:

$$A = \frac{PV}{n}$$

onde:

$A$  é o valor da quota de amortização;

$PV$  é o valor financiado;

$n$  é o número de prestações.

- Para o cálculo da primeira quota de juros:

$$J_1 = PV \cdot i$$

onde:

$J_1$  é o valor da primeira quota de juros;

$PV$  é o valor financiado;

$i$  é a taxa de juros.





- Para o cálculo da  $k$ -ésima quota de juros:

$$J_k = A \cdot i \cdot (n - k + 1)$$

onde:

$J_k$  é o valor da  $k$ -ésima quota de juros;

$A$  é a quota de amortização;

$i$  é a taxa de juros;

$n$  é o número de prestações;

$k$  representa a  $k$ -ésima prestação.

- Para o cálculo do **somatório** dos juros:

$$\sum_{k=1}^n J_k = \frac{1}{2} \cdot PV \cdot i \cdot (n + 1)$$

onde:

$\sum_{k=1}^n J_k$  representa o somatório de todas as quotas de juros;

$PV$  é o valor financiado;

$n$  é o número de prestações.

$i$  é a taxa de juros.

- Para o cálculo da  $k$ -ésima prestação:

$$PMT_k = A \cdot [1 + (n - k + 1) \cdot i]$$

onde:

$PMT_k$  representa a  $k$ -ésima prestação;

$A$  é o valor da quota de amortização;

$n$  é o número de prestações.

$i$  é a taxa de juros;

$k$  representa a  $k$ -ésima prestação.



Exemplo:

ANPAD 2013 - Foi concedido um empréstimo de R\$ 1.000.000,00 a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, a ser reembolsado em quatro anos de acordo com o sistema de amortização constante (SAC). O total de juros acumulado ao final dos quatro anos corresponde a que percentual do empréstimo concedido?

- a) 10%.
- b) 12,5%.
- c) 20%.
- d) 25%.
- e) 28%.

**Solução:**

(1) Dados:

$$PV = 1000000$$

$$i = 10\% \text{ a.a.} = 0,1$$

n = 4 prestações anuais

$$\sum_{k=1}^n J_k = ?$$

(2) Fórmula:

$$\sum_{k=1}^n J_k = \frac{1}{2} \cdot PV \cdot i \cdot (n + 1)$$

(3) Cálculos:

$$\sum_{k=1}^4 J_k = \frac{1}{2} \cdot 1000000 \cdot 0,1 \cdot (4 + 1) = 250000$$

O comando da questão solicita o cálculo do percentual representativo do total dos juros:

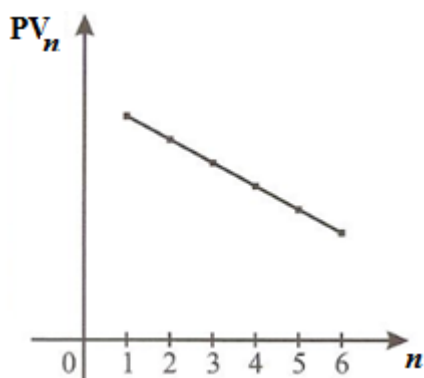
$$\left( \frac{250000}{1000000} \right) \cdot 100 = 25\%$$



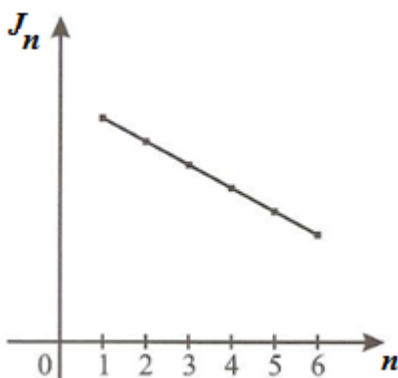
(4) Gabarito: alternativa D.

Gráficos:

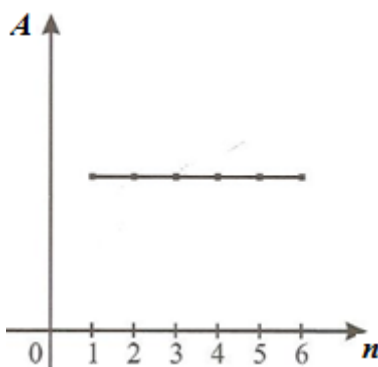
Saldo Devedor (SD)



Juros (J)

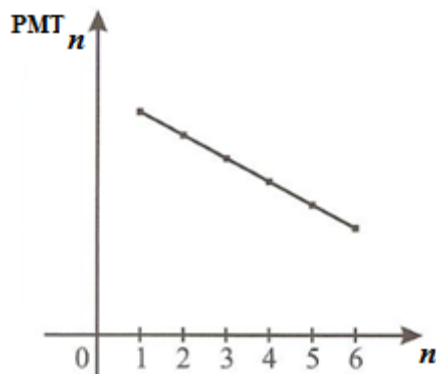


Amortização (A)





Prestação (PMT)

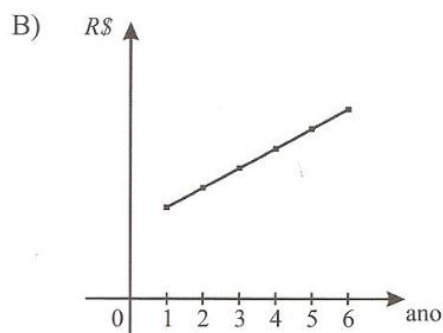
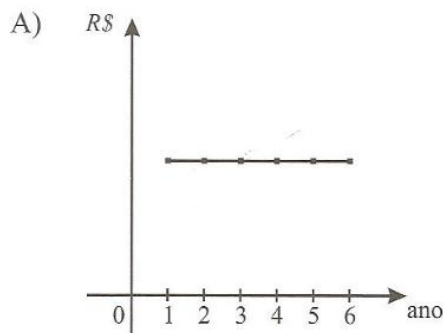


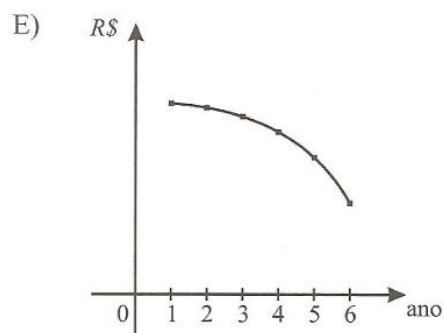
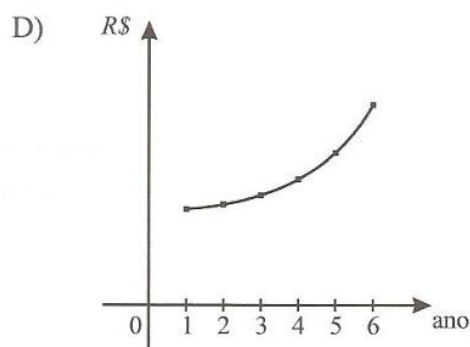
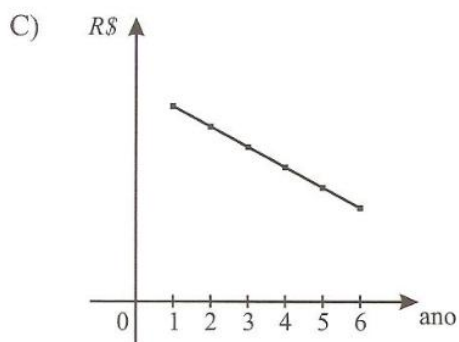
### 8.3 Exercícios (Sistemas de Amortização)

1) ANPAD 2013 - Foi concedido um empréstimo de R\$ 1.000.000,00 a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, a ser reembolsado em quatro anos de acordo com o sistema de amortização constante (SAC). O total de juros acumulado ao final dos quatro anos corresponde a que percentual do empréstimo concedido?

- a) 10%.
- b) 12,5%.
- c) 20%.
- d) 25%.
- e) 28%.

2) ANPAD 2014 - Foi concedido um empréstimo a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, a ser reembolsado em seis anos de acordo com o sistema de amortização constante (SAC). qual dos gráficos abaixo melhor representa o valor que deve ser pago em cada ano?





3) ANPAD 2014 - Entre os modelos de amortização de empréstimos há um conhecido como Sistema de Amortização Constante (SAC). Nele, as prestações são sucessivas e periódicas, e o valor de cada uma delas é a soma dos juros sobre o saldo devedor com um valor fixo a ser amortizado a cada prestação. Dessa forma, as prestações são decrescentes, porque o valor amortizado é sempre o mesmo, mas os juros vão diminuindo.

Um empréstimo de R\$ 5.000,00 será liquidado em 4 prestações mensais consecutivas pelo SAC. A primeira prestação será paga um mês após a sua contratação. Se a taxa de juros for de 10% ao mês, o valor da terceira prestação será igual a

- a) R\$ 1.375,00.
- b) R\$ 1.500,00.
- c) R\$ 1.625,00.
- d) R\$ 1.750,00.
- e) R\$ 2.000,00.



## Gabarito

1-D	2-C	3-B
-----	-----	-----

### Faça-nos uma visita virtual:

(Agradecemos antecipadamente!)

Site do Instituto Integral:

<http://www.institutointegral.com.br>

(informações sobre cursos e material didático)

Blog do professor:

<http://profmilton.blogspot.com.br/>

(informações sobre cursos e material didático)

Fan Page:

<http://www.facebook.com/pages/Instituto-Integral/>

(Muitas informações. Sinta-se a vontade para "curtir")

Perfil do professor:

<http://www.facebook.com/milton.araujo>

(adicione à sua rede)

Grupo fechado (ANPAD e Concursos Públicos):

<http://www.facebook.com/groups/souintegral/>

(associe-se e baixe material didático gratuito)

### Participe do nosso projeto:

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pay-it-forward-corrente-do-bem.html>

Instituto Integral Editora



## 9 Concurso Barisul 2010

**FDRH – Banrisul 2010**  
**Prova de Matemática Financeira**  
**Banca: Prof. Milton Araújo**

### INSTRUÇÕES:

(1) Em algumas das questões desta prova, para as conversões de tempo, deverá o candidato se utilizar da Regra do Banqueiro, enunciada como segue:

“Na prática comercial mundial, utiliza-se a contagem *exata* de dias nos prazos dos empréstimos, mas considera-se que o ano tem 360 dias, ou seja, o ano é *comercial* ou *bancário*. Esta convenção é mundialmente conhecida por *Regra do Banqueiro*.”

(2) Para a resolução de problemas de Matemática Financeira deve-se observar a unicidade temporal entre a taxa e o prazo, isto é, tanto a taxa de juros quanto o prazo da operação devem estar sempre na mesma referência de tempo.

A seguinte tabela representa os valores do *fator de acumulação de capital*  $(1 + i)^n$  para as taxas indicadas no topo de cada coluna, e poderá ser útil para a resolução de algumas questões desta prova.

<i>n</i>	10%	20%	30%	40%	50%
1	1,100	1,200	1,300	1,400	1,500
2	1,210	1,440	1,690	1,960	2,250
3	1,331	1,728	2,197	2,744	3,375
4	1,464	2,074	2,856	3,842	5,063
5	1,611	2,488	3,713	5,378	7,594
6	1,772	2,986	4,827	7,530	11,391
7	1,949	3,583	6,275	10,541	17,086
8	2,144	4,300	8,157	14,758	25,629
9	2,358	5,160	10,604	20,661	38,443
10	2,594	6,192	13,786	28,925	57,665
11	2,853	7,430	17,922	40,496	86,498
12	3,138	8,916	23,298	56,694	129,746

1) Um trabalhador recebeu dois aumentos sucessivos, de 20% e de 30%, sobre o seu salário. Desse modo, o percentual de aumento **total** sobre o salário inicial desse trabalhador foi de

- A) 30%.
- B) 36%.



- C) 50%.
- D) 56%.
- E) 66%.

2) Uma empresa de telefonia móvel vende cartões da modalidade *pré-pago* a R\$ 24,00 a unidade, com prazo de 90 dias para a utilização dos créditos, isto é, média de R\$ 8,00 por mês. Entretanto, essa empresa resolveu reduzir o prazo de utilização dos créditos para 60 dias, mas manteve o valor cobrado inicialmente pelo cartão, o que fez com que o valor médio mensal passasse para R\$ 12,00. Isto fez com que o serviço sofresse um acréscimo percentual em seu valor médio mensal de

- A) 20,00%.
- B) 33,33%.
- C) 50,00%.
- D) 66,66%.
- E) 99,99%.

3) Que capital será necessário aplicar, pelo regime de juros simples, à taxa de juros de 12% ao ano, durante seis meses, para que o montante atinja R\$ 10.600,00?

- A) R\$ 1.000,00.
- B) R\$ 3.081,40.
- C) R\$ 6.172,79.
- D) R\$ 7.361,11.
- E) R\$ 10.000,00.

4) Um título, cujo valor de face é R\$ 7.000,00, foi descontado 60 dias antes do seu vencimento, por meio de uma operação de desconto bancário simples, à taxa de desconto de 10% ao mês. O **valor atual** do título, ou seja, o valor de face do título *menos* o desconto, é de

- A) R\$ 1.000,00.
- B) R\$ 5.600,00.
- C) R\$ 6.000,00.
- D) R\$ 6.300,00.
- E) R\$ 8.750,00.

5) Qual é o valor do custo de uma mercadoria que foi vendida por R\$ 550,00, com margem de lucro de 10% sobre o preço de custo?

- A) R\$ 250,00.
- B) R\$ 350,00.





- C) R\$ 450,00.
- D) R\$ 500,00.
- E) R\$ 600,00.

6) Uma empresa do ramo financeiro investiu 8% do seu faturamento bruto anual em publicidade, o que corresponde a R\$ 256.000.000,00. Portanto, o faturamento bruto dessa empresa atingiu, nesse ano, a cifra de

- A) R\$ 1.280.000.000,00.
- B) R\$ 2.560.000.000,00.
- C) R\$ 3.200.000.000,00.
- D) R\$ 5.120.000.000,00.
- E) R\$ 6.400.000.000,00.

7) A importância de R\$ 2.000,00 foi aplicada pelo regime de juros compostos, à taxa de 20% ao ano. Qual é o prazo necessário para que esta aplicação renda R\$ 6.600,00 de juros?

(Utilize na resolução a tabela fornecida nesta prova.)

- A) 8 anos.
- B) 7 anos.
- C) 6 anos.
- D) 5 anos.
- E) 4 anos.

8) Uma das formas de se aumentar a margem de lucro de determinado produto, vendido em lotes, consiste em manter o preço de etiqueta e reduzir a quantidade de itens do pacote.

Um comerciante costuma vender, em sua mercearia, iogurte em caixas contendo dez frascos cada, ao preço de R\$ 10,00 a caixa. Para aumentar sua margem de lucro em cada caixa, ele decidiu reduzir a quantidade de frascos da caixa para oito, mas manteve o preço de R\$ 10,00 a caixa. Desse modo, qual foi o aumento percentual no preço de cada frasco de iogurte contido na caixa?

- A) 25%.
- B) 30%.
- C) 35%.
- D) 40%.
- E) 50%.

9) Um título de crédito, cujo valor de face é R\$ 1.000,00, foi emitido em 23/04/2000, com vencimento ajustado para o dia 21/08/2000. Entretanto, seu detentor precisou descontá-lo no dia 07/07/2000, ou seja, 45 dias antes do seu



vencimento, à taxa de desconto bancário simples de 5% ao mês. Qual foi o valor do desconto aplicado pelo banco nessa operação?

- A) R\$ 200,00.
- B) R\$ 150,00.
- C) R\$ 125,00.
- D) R\$ 100,00.
- E) R\$ 75,00.

**INSTRUÇÃO:** O seguinte enunciado deverá ser considerado para a resolução das **questões 10, 11 e 12** a seguir:

“... duas taxas são ditas *equivalentes entre si* quando, aplicadas sobre um mesmo capital, durante o mesmo tempo, reproduzem a mesma quantia de juros.”;

“denomina-se *taxa efetiva* de juros àquela que reflete, diretamente, a quantia de juros que será obtida na unidade de tempo em que é informada”; e

“... denomina-se *taxa nominal* de juros quando os juros são capitalizados mais de uma vez no período a que ela se refere.”

(Utilize na resolução a tabela fornecida nesta prova.)

10) Qual é a taxa quadrimestral equivalente, em juros compostos, à taxa de 72,8% ao ano?

- A) 10,0%.
- B) 18,2%.
- C) 20,0%.
- D) 30,0%.
- E) 36,4%.

11) Qual é a taxa mensal equivalente à taxa de 213,8% ao ano, pelo regime de juros compostos?

- A) 10,000%.
- B) 17,816%.
- C) 26,725%.
- D) 40,000%.
- E) 53,450%.

12) Qual é a taxa mensal equivalente, em juros compostos, à taxa de 132,4% ao ano, com capitalização trimestral?

- A) 66,20%.
- B) 33,10%.
- C) 20,00%.
- D) 11,03%.



E) 10,00%.

13) Certo comerciante verifica que um dos produtos comercializados em sua loja vem apresentando um volume de vendas muito baixo e decide fazer uma promoção, oferecendo um desconto de 20% sobre o preço original de venda. Entretanto, as vendas continuaram baixas, e o comerciante decide oferecer novo desconto de 20%, aplicado sobre o valor praticado desde o começo da promoção. Nessas condições, o percentual **total** dos dois descontos, aplicados em cascata sobre o preço original do produto, foi de

- A) 20%.
- B) 25%.
- C) 36%.
- D) 40%.
- E) 44%.

14) O capital de R\$ 1.000,00 esteve aplicado, pelo regime de juros compostos, à taxa de 10% ao bimestre, pelo prazo de 2 anos. O montante produzido nessa operação financeira foi de

(Utilize na resolução a tabela fornecida nesta prova.)

- A) R\$ 1.210,00
- B) R\$ 1.440,00
- C) R\$ 3.138,00
- D) R\$ 6.192,00
- E) R\$ 8.916,00

15) O capital de R\$ 1.000,00 esteve aplicado, pelo regime de juros simples, à taxa de 10% ao bimestre, pelo prazo de 2 anos. O montante produzido nessa operação financeira foi de

- A) R\$ 1.200,00
- B) R\$ 1.400,00
- C) R\$ 1.800,00
- D) R\$ 2.200,00
- E) R\$ 3.400,00

16) Uma aplicação financeira apresenta taxa de juros expressa **ao ano**. Assinale a alternativa que indica, corretamente, sob qual regime de capitalização e prazo de aplicação o valor dos juros será **maior**.

- A) Pelo regime de capitalização composta e prazo menor do que um ano.
- B) Pelo regime de capitalização simples e prazo menor do que um ano.
- C) Pelo regime de capitalização simples, qualquer que seja o prazo.



- D) Pelo regime de capitalização composta, qualquer que seja o prazo  
E) Por ambos os regimes, simples ou composto, e para qualquer prazo, os juros serão sempre iguais.

[Nota: observe que a questão 16 cita os conceitos de juros simples e juros compostos. Em Matemática Financeira, existe uma *convenção* chamada "linear", que não usa propriamente nenhum dos conceitos citados, mas uma *mistura* de ambos. Como *convenção* não é conceito, não se pode levar em consideração para o correto tratamento do *comando* da questão.

Veja este link:

<http://profmilton.blogspot.com.br/2013/12/pilulas-de-matematica-financeira-2.html>

17) Após 180 dias, uma aplicação financeira de R\$ 1.000,00 gerou um montante de R\$ 1.300,00. A taxa mensal de juros simples utilizada nessa aplicação é de

- A) 4%.
- B) 5%.
- C) 10%.
- D) 30%.
- E) 60%.

18) O capital de R\$ 1.200,00 foi aplicado pelo regime de juros simples, à taxa de 9% ao ano, durante três meses. O juro gerado por esta aplicação foi de

- A) R\$ 648,00.
- B) R\$ 324,00.
- C) R\$ 162,00.
- D) R\$ 54,00.
- E) R\$ 27,00.

19) Uma aplicação financeira, realizada pelo regime de juros compostos, à taxa de 20% ao ano, gerou, em cinco anos, um montante de R\$ 2.488,00. Qual foi o capital aplicado?

(Utilize na resolução a tabela fornecida nesta prova.)

- A) R\$ 1.000,00.
- B) R\$ 1.244,00.
- C) R\$ 1.500,00.
- D) R\$ 1.488,00.
- E) R\$ 2.000,00.



20) Durante quanto tempo esteve aplicado o capital de R\$ 2.000,00, no regime de juros compostos, para gerar um montante de R\$ 15.060,00, à taxa de 40% ao ano?

(Utilize na resolução a tabela fornecida nesta prova.)

- A) 3 anos.
- B) 4 anos.
- C) 5 anos.
- D) 6 anos.
- E) 7 anos.

**Gabarito:**

1-D	2-C	3-E	4-B	5-D	6-C	7-A	8-A	9-E	10-C
11-A	12-E	13-C	14-C	15-D	16-B	17-B	18-E	19-A	20-D

**Nota:** As questões desta prova foram revisadas pelo Prof. Wili Dal Zot, autor do livro (1), indicado na bibliografia da prova.

**Programa da Prova:**

Operações Comerciais: porcentagem, taxas de acréscimo, descontos, taxa de lucro ou margem sobre o preço de custo e sobre o preço de venda.

Conceitos Básicos: juros, principal, montante, taxas de juros, fluxo de caixa, contagem de dias, anos comercial e civil, regra do banqueiro.

Juros simples: cálculo dos juros, do principal, da taxa, do prazo e do montante.

Juros compostos: cálculo dos juros, do principal, da taxa, do prazo e do montante; convenções linear e exponencial para períodos não inteiros; utilização de tabelas para cálculos. Taxas: nominal e efetiva; proporcionais entre si; equivalentes entre si em juros simples e em juros compostos; taxa over; utilização de tabelas para cálculos. Desconto Bancário Simples: taxa de desconto, cálculo do valor do desconto e cálculo do valor descontado (valor presente); taxa efetiva ou implícita em juros compostos da operação de desconto bancário simples; utilização de tabelas para cálculos.

**Bibliografia sugerida:**

(1) DAL ZOT, Wili. Matemática Financeira. 5a. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009;

(2) PUCCINI, Abelardo de Lima. Matemática Financeira. 3a. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos, 1984;

(3) VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. Matemática Financeira. 2a. ed. São Paulo: Atlas, 1982.

**10 Concurso Câmara de Porto Alegre 2011****FUNDATEC - Câmara Municipal de Porto Alegre-RS - 2011****Matemática Financeira – Nível superior.****Banca: Prof. Milton Araújo**

1) Um banco financia imóveis tanto pelo Sistema Francês (Price), quanto pelo Sistema de Amortizações Constantes (SAC). Um cliente deseja financiar um imóvel no valor de R\$ 180.000,00, sem entrada, pelo prazo de 180 meses, à taxa de 1% ao mês, e achou interessante o fato de o SAC apresentar prestações decrescentes. Entretanto, as primeiras prestações pelo SAC têm valores superiores à prestação pelo Price, que, neste caso, vale R\$ 2.160,30. A partir de qual parcela a prestação pelo SAC se torna **menor** do que a prestação pelo Price?

- A) 90<sup>a</sup>.
- B) 83<sup>a</sup>.
- C) 77<sup>a</sup>.
- D) 70<sup>a</sup>.
- E) 65<sup>a</sup>.

2) Uma aplicação financeira no valor de R\$ 10.000,00 rendeu, no regime de juros compostos, R\$ 7.280,00 de juros em três anos. Sabendo-se que a taxa de inflação no período da aplicação foi de 10% ao ano, pode-se afirmar que a **taxa real anual** da operação é de, aproximadamente,

Utilize, caso necessário:  $1,1^2 = 1,210$ ;  $1,1^3 = 1,331$ ;  $1,2^2 = 1,440$ ;  $1,2^3 = 1,728$

- A) 20%.
- B) 15%.
- C) 10%
- D) 9%.
- E) 7%.

3) Um banco remunera aplicações financeiras à taxa de 15% ao ano. Sabendo-se que a taxa de inflação anual é de 9%, então a taxa **real** anual dessa aplicação é de, aproximadamente,

- A) 6,5% positiva.



- B) 6,0% positiva.
- C) 5,5% positiva.
- D) 6,0% negativa.
- E) 6,5% negativa.

4) Uma escola tem 1.000 alunos, dos quais 66% estão no nível fundamental, e os demais estão no nível médio. Sabe-se que 90% dos meninos e 10% das meninas estão no nível fundamental. Então, a quantidade de meninos que está no nível fundamental é igual a

- A) 300.
- B) 330.
- C) 630.
- D) 660.
- E) 700.

5) José recebeu certa quantia em uma indenização e a aplicou em dois bancos. No primeiro, aplicou 40% da quantia total, a juros simples e à taxa de 2,5% ao mês. No segundo banco aplicou o restante da quantia a juros simples, à taxa de 34% ao ano. Sabendo-se que o prazo de ambas as aplicações foi de 18 meses, e que José obteve R\$ 29.160,00 de juros no total, pode-se afirmar que a quantia investida no segundo banco

- A) é inferior a R\$ 31.200,00.
- B) está entre R\$ 31.200,00 e R\$ 32.900,00.
- C) está entre R\$ 32.900,00 e R\$ 34.600,00.
- D) está entre R\$ 34.600,00 e R\$ 36.300,00.
- E) é superior a R\$ 36.300,00.

6) Para complementar sua aposentadoria, uma pessoa deseja formar um fundo próprio que garanta retiradas mensais de R\$ 5.000,00, por tempo indeterminado (renda perpétua). Se este fundo será formado em caderneta de poupança, que rende 0,5% ao mês, qual deverá ser o montante do fundo, de modo a garantir as retiradas pretendidas?

- A) R\$ 5.000.000,00.
- B) R\$ 4.000.000,00.
- C) R\$ 3000.000,00.
- D) R\$ 2.000.000,00.



E) R\$ 1.000.000,00.

7) Um imóvel está à venda por dez prestações bimestrais iguais a R\$ 10.000,00 cada uma, sendo que a primeira prestação será paga como entrada. Sabendo-se que a taxa da operação é de 4% ao quadrimestre, com capitalização bimestral, então o valor à vista desse imóvel é de

Utilize, caso necessário, a Tabela a seguir:

$n$	1%	2%	4%
...	...	...	...
8	7,65	7,33	6,73
9	8,57	8,16	7,44
10	9,47	8,98	8,11

A) R\$ 94.700,00.

B) R\$ 91.600,00.

C) R\$ 89.800,00.

D) R\$ 84.400,00.

C) R\$ 81.100,00.





**Gabarito:**

1-E	2-D	3-C	4-C	5-D	6-E	7-B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----






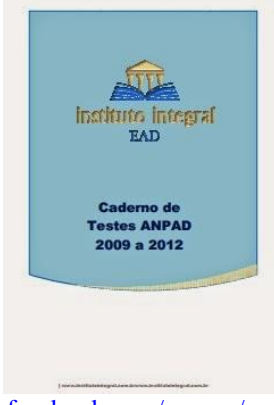
Neste link você encontra uma coletânea de provas de Concursos Públicos.  
Algumas delas estão resolvidas e comentadas:

<https://www.facebook.com/groups/souintegral/809233615794458/>

Instituto Integral Editora



## 11 Instituto Integral Editora - Catálogo

<p><b>1. Raciocínio Lógico Formal</b></p>  <p><a href="https://www.facebook.com/groups/souintegral/648226115228543">https://www.facebook.com/groups/souintegral/648226115228543</a></p>	<p><b>2. Raciocínio Lógico Informal</b></p>  <p><a href="https://www.facebook.com/groups/souintegral/663478483703306/">https://www.facebook.com/groups/souintegral/663478483703306/</a></p>
<p><b>3. Caderno RQ1 - Teoria dos Conjuntos</b></p>  <p><a href="https://www.facebook.com/groups/souintegral/664452690272552/">https://www.facebook.com/groups/souintegral/664452690272552/</a></p>	<p><b>4. Caderno RQ2 - Proporcionalidade</b></p>  <p><a href="https://www.facebook.com/groups/souintegral/667512393299915/">https://www.facebook.com/groups/souintegral/667512393299915/</a></p>
<p><b>5. Caderno RQ3 - Matemática Financeira</b></p>  <p><a href="https://www.facebook.com/groups/souintegral/809923325725487/">https://www.facebook.com/groups/souintegral/809923325725487/</a></p>	<p><b>6. Caderno de Testes ANPAD - Vol. I</b></p>  <p><a href="https://www.facebook.com/groups/souintegral/648788225172332/">https://www.facebook.com/groups/souintegral/648788225172332/</a></p>



## 7. Caderno de Testes ANPAD - Vol. II



<https://www.facebook.com/groups/souintegral/804094236308396/>

## 8. 500 questões resolvidas



<https://www.facebook.com/groups/souintegral/648787848505703/>

## 9. Caderno RQ4 - Análise Combinatória



<https://www.facebook.com/groups/souintegral/810897222294764/>

Acompanhe os lançamentos da Série "Cadernos RQx":

<http://profmilton.blogspot.com.br/2014/01/livros-digitais-gratuitos-colecao.html>

Próximos lançamentos:

10. Caderno RQ5 - Probabilidade

11. Caderno RQ6 - Estatística

12. Caderno RQ7 - Funções

13. Caderno RQ8 - Sequências e Progressões



**14. Caderno RQ9 - Matrizes e Determinantes**

**15. Caderno RQ10 - Geometrias Plana, Espacial e Analítica**

**16. Caderno RQ11 - Matemática Básica**



*Agradecemos a preferência pelo nosso material didático!*